

Untersuchungen zum Problem der optimalen Losgröße

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
der

Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

Diplom-Kaufmann
Hartmann Schlüter
aus Amsterdam

Druckjahr 1958

Untersuchungen zum Problem der optimalen Losgröße

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

vorgelegt von



Diplom-Kaufmann

Hartmann Schlüter

aus Amsterdam

Druckjahr 1958

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Helmut K o c h

Zweitgutachter: Prof. Dr. rer. pol. Karl H a x

Tag der mündlichen Prüfung: 23. 7. 1958

Tag der Promotion: 23. 7. 1958

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	5
Erster Hauptteil	
Versuch zu einer Weiterführung der Losgrößentheorie unter besonderer Berücksichtigung des Kapitalbedarfs	8
I. Darstellung der traditionellen Theorie	8
1. Ableitung der traditionellen Formel	8
a) Herstellkosten	9
b) Zinskosten	10
c) Gesamtkostengleichung	14
2. zwei Sonderformen der traditionellen Formel	16
a) die sog. „exakte“ Losgrößenformel	16
b) Formel bei gesonderter Berücksichtigung der reinen Lagerkosten	18
3. Zusammenfassung der Modellbedingungen	20
II. Möglichkeiten einer Weiterführung der Theorie	23
1. die den Kapitalbedarf fixierenden Bedingungen des traditionellen Modells	23
2. der Begriff des Kapitalbedarfs	24
3. Kapitalbedarf bei Losgrößenproduktion	27
a) Kapitalbedarf je Los	28
b) Gesamtkapitalbedarf	32
III. Weiterführung der Theorie	33
1. Bestimmung der optimalen Losgröße bei ausreichender Kapitalversorgung	34
a) bei zeitloser Produktion und einem die Stückkosten übersteigenden Verkaufspreis	34
b) bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion und Gleichheit von Stückkosten und Verkaufspreis	40
c) bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion und einem die Stückkosten übersteigendem Verkaufspreis	47
2. Bestimmung der optimalen Losgröße bei ungenügender Kapitalversorgung	51

Zweiter Hauptteil

Seite

Technik der numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße in der Praxis	59
I. Faustregeln zur überschläglichen Bestimmung minimaler und maximaler Losgrößen (rule of thumb method)	60
II. Numerische Vergleichsrechnung zur Bestimmung der optimalen Losgröße (tabular method)	62
III. Graphische Bestimmungsmethoden (graphical solutions)	65
1. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer einfachen Kurventafel	65
2. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer Parallelscharentafel	67
3. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer Fluchtlinientafel	73
4. Rechenschieber und „Mechanical computer“	75

Formelanhang

I. Zusammenstellung der vom Verfasser in dieser Arbeit verwendeten Symbole	78
II. Zusammenstellung einiger im Schrifttum dargestellter Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße	79
1. Formeln, die der traditionellen Grundgleichung (Gleichung (9)) entsprechen	80
2. Formeln, die denjenigen Gleichungen entsprechen, die zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion aufgestellt worden sind (Gleichungen (42a))	83

Literaturverzeichnis	89
--------------------------------	----

EINLEITUNG

Die Bestimmung der optimalen Losgröße ist eine Frage der Fertigungsplanung. Sie taucht bei den Betrieben auf, deren Produktionsprogramm die Fertigung verschiedener Produkte auf einer einzigen Produktionsbahn vorsieht und deren Produktionsweise sich demzufolge durch eine mehr oder minder häufige Umstellung von einem Produkt auf das andere (Leistungswechsel, Produktwechsel) sowie durch eine Produktionsgeschwindigkeit auszeichnet, die — jeweils bezogen auf eine Produktart — größer ist als die Absatzgeschwindigkeit dieser Produktart.

Eines der besonderen Probleme dieser Produktionsweise liegt in der Frage, welche zeitliche Verteilung man der Produktion unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten dann geben soll, wenn man mit einem regelmäßigen Absatz der hergestellten Produkte rechnet. Denkbar ist nämlich, daß der Betrieb in einem solchen Falle die gesamte innerhalb der Planperiode zu fertigende und abzusetzende Produktmenge in einem einzigen „run“ hintereinander herstellt. Denkbar ist aber auch, daß er die innerhalb der Planperiode zu fertigende Produktmenge auf mehrere zeitlich auseinander liegende „runs“ (Teilmengen, Lose) verteilt.

Welche zeitliche Verteilung der Produktion soll der Betrieb wählen? Er möge aus allen existierenden Verteilungsmöglichkeiten diejenige wählen, die die kostengünstigste, also die kostenminimale ist.

Mit jedem „run“ entstehen bei Beginn der Fertigung Auflegekosten (set-up costs). Andererseits entsteht dadurch, daß die Produktionsgeschwindigkeit größer als die Absatzgeschwindigkeit ist, ein Lager an fertigen Erzeugnissen. Dieser Lagerbestand verursacht Lagerkosten (carrying charges). Dabei ist zu unterscheiden zwischen den sog. reinen Lagerkosten und den auf Grund des im Bestand gebundenen Kapitals zu verrechnenden Zinskosten.

Wird also — extrem ausgedrückt —

1. die gesamte innerhalb der Planperiode abzusetzende Produktmenge in einem Los (run, lot) gefertigt, dann fallen

Auflagekosten nur ein einziges Mal an. Die Lagerkosten werden jedoch infolge des hohen Lagerbestandes und dessen nur langsamer Abnahme relativ hoch sein. Sie können die Auflagekosten um ein Vielfaches übersteigen.

Würde man aber

2. nur diejenige Produktmenge fertigen, die jeweils sofort nach ihrer Fertigung abgesetzt werden kann, so würden zwar fast keine Lagerkosten, dafür aber Auflagekosten so viele Male anfallen wie Lose aufgelegt worden sind.

Auflagekosten und Lagerkosten zeigen somit bei sich ändernder Losgröße eine jeweils entgegengesetzte Entwicklung. Es muß daher — und damit wird der vorhin verlassene Gedankengang wieder aufgenommen — eine solche zeitliche Verteilung der Produktion, d. h. eine solche Losgröße geben, bei der die Summe aus Auflagekosten und Lagerkosten ein Minimum ist. Eine solcherart ermittelte Losgröße nennt man die optimale Los- oder Seriengröße (economic or most economic lot size, optimum lot size).

Die mit der Bestimmung der optimalen Los- oder Seriengröße verbundenen Probleme sind in der Vergangenheit eingehend diskutiert worden und die Zahl der zu diesem Thema veröffentlichten Arbeiten ist, wie Schneider¹⁾ bemerkt, beinahe unübersehbar. Ihren Ausgangspunkt hat die Diskussion in den Vereinigten Staaten von Amerika genommen. Die ersten diesbezüglichen Arbeiten stammen von Harris, Camp, Mellen, Davis, Christman und der Westinghouse Electric and Manufacturing Co. Sie erschienen in der Zeit von 1915 bis 1926. Seit dieser Zeit ist die Auseinandersetzung mit dem Problem, das gleichermaßen das Interesse von Ingenieuren und Betriebswirtschaftlern gefunden hat, nicht zur Ruhe gekommen.

In der Mehrzahl beschäftigen sich die bisher erschienenen Arbeiten vornehmlich mit der Entwicklung von Formeln, anhand deren man die optimale Losgröße (economic lot size) errechnen kann. Die Reihe der Formeln reicht dabei wie Stafford²⁾ ausführt „from the simple one of Camp to the extremely complex one of Raymond.“ Andere, nicht weniger bedeutsame Arbeiten hinwiederum befassen sich — sei es anhand von in der Praxis gewonnenen Erfahrungssätzen, sei es anhand von For-

¹⁾ Schneider, Erich, Wirtschaftlichkeitsrechnung, Bern-Tübingen 1951, S. 123 (Fußnote)

²⁾ Stafford, J. A., Batch Quantities, Profits and Investments; The Institution of Production Engineers Journal, London 1954, S. 282.

meln — mit der Entwicklung von Methoden zur praktisch-numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße. Die Kette der solcherart entwickelten Methoden oder Techniken spannt sich dabei über Faustregeln und rein-numerische Vergleichsrechnung bis zu graphischen Lösungsmöglichkeiten, die ihrerseits ihre höchste Entwicklung in eigens zu diesem Zweck konstruierten Losgrößen-Rechenschiebern gefunden haben.

Dem Inhalt der soeben charakterisierten Literatur folgend ist das Anliegen der nunmehr vom Verfasser vorgelegten Arbeit ein zweifaches. Einmal soll der Versuch unternommen werden, einen Beitrag zur Weiterführung der theoretischen Diskussion zu leisten. Es handelt sich dabei insbesondere um die Herausarbeitung der in der bisherigen Literatur nur verhältnismäßig selten in expliciter Form gesetzten Bedingungen, unter deren Setzen allein erst die Entwicklung von Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße möglich ist und — und das ist das eigentliche Anliegen — um die auf dieser Herausarbeitung der Bedingungen aufbauende, isolierte Diskussion des einen Teil der Losgrößentheorie darstellenden Kapitalbedarfsproblems. Der erste Hauptteil dieser Arbeit trägt daher die Überschrift „Versuch zu einer Weiterführung der Losgrößentheorie unter besonderer Berücksichtigung des Kapitalbedarfs“. Das zweite der beiden mit dieser Arbeit verfolgten Anliegen besteht darin, eine die Ergebnisse der bisherigen Literatur zusammenfassende Darstellung der Techniken zur praktisch-numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße zu geben (zweiter Hauptteil). Dies deshalb, weil der Verfasser erfahren hat, daß ein Teil dieser Methoden im deutschsprachigen Raum verhältnismäßig unbekannt ist. Abgeschlossen wird die Arbeit neben der üblichen Literaturzusammenstellung durch einen Formalanhang, in dem einige der bisher von den verschiedenen Autoren zur Bestimmung der optimalen Losgröße entwickelten Formeln zusammengestellt sind. Diese Formeln sind sämtlich in die in dieser Arbeit verwendeten einheitlichen Symbole „übersetzt“ worden.

Erster Hauptteil

Versuch zu einer Weiterführung der Losgrößentheorie unter besonderer Berücksichtigung des Kapitalbedarfs

Der Ausgangspunkt, von dem der Versuch zu einer Weiterführung der Losgrößentheorie ausgeht, ist naturgemäß die traditionelle Theorie. Sie wird daher im ersten Kapitel dieses Hauptteils dargestellt. Aus dieser Darstellung heraus wird es möglich sein, die Ansatzpunkte und die Möglichkeiten für eine Weiterführung der Losgrößentheorie unter besonderer Berücksichtigung des Kapitalbedarfs zu erkennen und zu entwickeln. Das wird im zweiten Kapitel geschehen. Im dritten Kapitel schließlich werden die erkannten Möglichkeiten einer Einzeluntersuchung unterzogen.

I. Darstellung der traditionellen Theorie

Die Darstellung der traditionellen Theorie beginnt mit der Ableitung der traditionellen Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße (Abschnitt 1). Der Abrundung des Bildes dient die im zweiten Abschnitt dieses Kapitels gegebene Darstellung zweier Sonderformen der traditionellen Formel. Den Inhalt des dritten Abschnittes schließlich bildet eine gleichzeitig zum nächsten Kapitel überleitende Zusammenfassung der Modellbedingungen.

1. Ableitung der traditionellen Grundformel

Die optimale Losgröße ist definiert worden als diejenige Losgröße, bei der die Summe aus den Auflagekosten sowie den Zins- und Lagerkosten, die für die innerhalb der Planperiode abzusetzende und herzustellende Produktmenge aufzuwenden sind, ein Minimum ergibt. Bei der Entwicklung der Formel¹⁾ wird daher so vorgegangen, daß in getrennten Arbeitsgängen

¹⁾ Die Ableitung der Formel erfolgt — aber nur teilweise — in enger Anlehnung an die Ausführungen des Verfassers in seinem Aufsatz „Zum Problem der optimalen Losgröße“, Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1954, S. 188 ff.

zunächst die beiden sog. Grundgleichungen entwickelt werden: Die Gleichung der Herstellkosten (K) und die Gleichung der Zinskosten (Z). Diese Grundgleichungen, die sämtlich als eine Funktion der Losgröße (x) darzustellen sind, werden dann zu einer Gesamtkostengleichung zusammengefaßt; setzt man dabei

$$\frac{d}{dx} (K + Z) = 0 \quad \text{und ist} \quad \frac{d^2}{dx^2} (K + Z) > 0$$

so ist der gefundene Wert das gesuchte Minimum.

a) Herstellkosten

Die Herstellkosten eines Loses setzen sich aus solchen Kosten zusammen, die in ihrer Höhe unabhängig von der Größe des Loses sind und solchen Kosten, die mit der Größe des Loses in einem festen Verhältnis variieren. Im Rahmen dieser Untersuchung werden die ersteren als *Auflagekosten*²⁾ und die letzteren als *proportionale*²⁾ Kosten bezeichnet. Sieht man nun die Auflagekosten als völlig unabhängig von der Losgröße an, dann hat „die Kurve der durchschnittlichen Auflegungskosten die Form einer Hyperbel“³⁾. Bezeichnet man die Auflagekosten mit E, die Losgröße mit x und die proportionalen Kosten mit s, so lassen sich die Stückkosten k als Funktion von x ausdrücken.

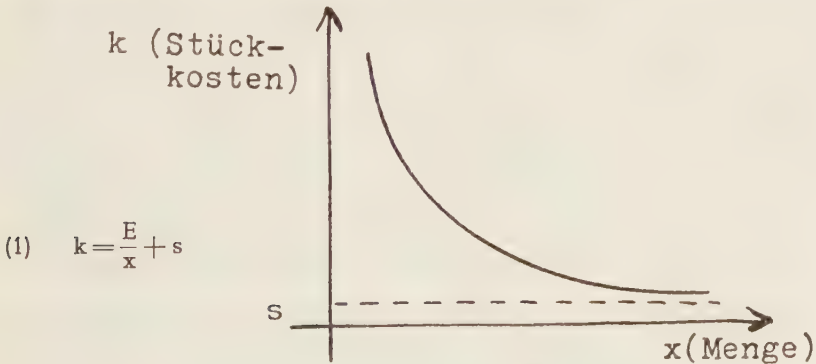


Abb. 1

Der Wert dieser Funktion nähert sich, wenn x sehr groß wird, asymptotisch dem Wert s. Multipliziert man beide Seiten der

Anmerkung ²⁾ und ³⁾ siehe nächste Seite

Gleichung (1) mit der insgesamt innerhalb der Planperiode zu fertigenden Produktmenge m , so erhält man die Herstellkosten K .

$$k \cdot m = \frac{E}{x} \cdot m + s \cdot m$$

$$(2) \quad K = E \cdot \frac{m}{x} + s \cdot m$$

Diese Gleichung besitzt eine Eigenart. Mathematisch gesehen ist sie eine stetige Funktion. Bei ihrer Entwicklung sind die Auflagekosten E als beliebig teilbar angesehen worden. Dies kommt darin zum Ausdruck, daß $\frac{m}{x}$, d. h. die Anzahl der aufzulegenden Lose, sowohl eine ganze als auch eine gemischte Zahl sein kann. In Wirklichkeit entstehen die Auflagekosten jedoch immer in voller Höhe, sobald die bloße Auflage eines Loses erfolgt. Die Funktion ist daher lediglich in der Abstraktion eine stetige Funktion; realiter ist sie eine nichtstetige Funktion (Sprungfunktion). Auf diese Tatsache wird zu gegebener Zeit Bezug genommen werden.

b) Zinskosten

Ist ein Betrieb in der Lage, eine bestimmte Menge eines Erzeugnisses schneller herzustellen, als er die gleiche Menge dieses Erzeugnisses absetzen kann, dann ist die Produktionsgeschwindigkeit (v_p) für dieses Erzeugnis höher als die Absatzgeschwindigkeit (v_a) dieses Erzeugnisses. Die Folge ist, daß ein Lager an fertigen, absatzreifen Erzeugnissen entsteht. Die Höhe dieses Lagerbestandes ist, wenn man unterstellt, daß Produktion und Absatz nicht unterbrochen werden, lediglich abhängig von dem Unterschied, der zwischen den beiden Geschwindigkeiten besteht. Wird nun die Produktion des in Frage stehenden Erzeugnisses von Zeit zu Zeit unterbrochen — würde man

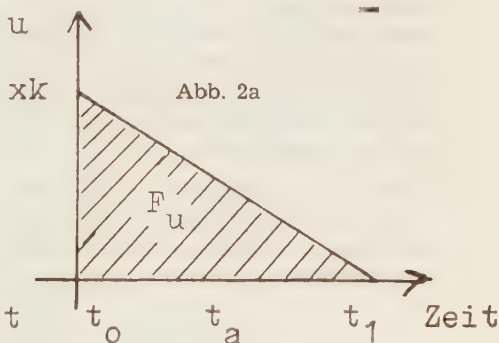
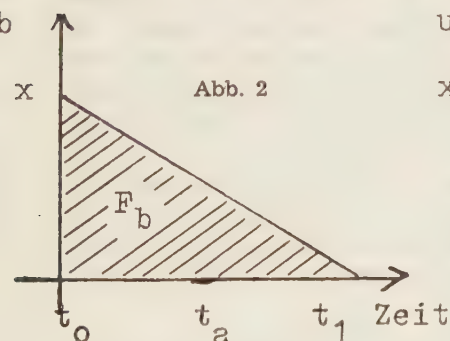
²⁾ Beide Ausdrücke sind nicht ganz richtig. Hinter dem Begriff der Auflagekosten verbergen sich die Auflagekosten im eigentlichen Sinne, die Anlaufkosten und die Rüstkosten. Auch der Begriff der „proportionalen“ Kosten ist dem Sinne des Wortes nach mehrdeutig. Denn proportional bedeutet „im Verhältnis“, und zwar zur ausgebrachten Stückzahl. Ob dieses Verhältnis konstant oder veränderlich, und wenn veränderlich, ob es dann progressiv- oder degressiv veränderlich ist, sagt der Ausdruck nicht.

³⁾ Gutenberg, Erich: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band I: Die Produktion, Berlin 1951, S. 299,

das nicht tun, so würde ein stetig steigender Lagerbestand die Folge sein —, dann ist der Lagerbestand bei nichtunterbrochenem Absatz und bei konstanter Absatzgeschwindigkeit lediglich von der Länge der Periode abhängig, während deren de facto produziert wird, oder, wenn man die Zahl der Produkteinheiten, die während einer Produktionsperiode gefertigt werden, als Los bezeichnet, lediglich von der Höhe des Loses abhängig.

In dem Lagerbestand ist eine bestimmte Menge an Geld (Kapital) gebunden. Die Höhe und Dauer der Kapitalbindung kann man durch die Verrechnung von Zinsen zum Ausdruck bringen. Die Zinsen ermöglichen damit einen Vergleich der unter den gesetzten Bedingungen von der Losgröße abhängigen Lagerbestände unter dem Gesichtspunkt der Kapitalbeanspruchung.⁴⁾

Man nehme nun an, daß die Produktionsgeschwindigkeit sehr hoch ist. Die Durchlaufzeit (Herstellzeit) eines Loses ist damit praktisch gleich null. Die Losgröße selbst wird in diesem Falle vollkommen frei variierbar, da sie durch die Annahme der Momentproduktion von der Länge der Produktionsperiode unabhängig geworden ist. Man nehme weiterhin an, daß die Absatzgeschwindigkeit monoton und endlich sei. Dieses Geschwindigkeitsverhältnis bestimmt somit, daß der Lagerbestand zu Anfang der Absatzperiode die Höhe des Loses x hat und am Ende der Absatzperiode gleich null ist. Damit sind zwei Punkte gegeben, die die Aufstellung einer Lagerbestandsgleichung erlauben



⁴⁾ Vgl. hierzu: Ryall, R. J. H., Dictionary of Costing, 3rd. ed. London 1952, S. 191: „On the other hand, interest on capital may sometimes be taken into consideration when dealing with cost estimating for the purpose of comparing the cost of one operation or method of manufacture with another if a change in such method is contemplated.“

Der Lagerbestand b ist eine Funktion der Zeit t . Er nimmt im Rhythmus der Absatzgeschwindigkeit (v_a), d. h. im Rhythmus der je Zeiteinheit abgesetzten Stückzahl ab. Es gilt daher

$$(3) \quad b = -v_a \cdot t + x$$

Bewertet man nun die im Lager befindlichen Produkteinheiten mit den Kosten je Einheit k , dann erhält man das im Lager gebundene Kapital u . Die Gleichung des gebundenen Kapitals u lautet (vgl. Abbildung 2a):

$$(3a) \quad u = -v_a \cdot k \cdot t + x \cdot k$$

Gleichung (3a) gilt ebenso wie Gleichung (3) — nur in der ersten kommt dies klarer zum Ausdruck —, unter der Bedingung, daß im Zeitpunkt t_0 Kapital in der Höhe von

$$(4) \quad u = x \cdot k = x \left(\frac{E}{x} + s \right) = E + s \cdot x$$

zur Investition zur Verfügung steht. Darüber hinaus ist mit Gleichung (3a), — ohne daß dies vielleicht bemerkt worden ist, noch eine weitere Prämisse eingeführt worden. Es sind nämlich außer den im Zeitpunkt t_0 auf dem Lager befindlichen Produkteinheiten auch die je Zeiteinheit zu verzeichnenden Lagerabgänge mit den Kosten je Stück k bewertet worden. Dies gilt sowohl für den Fall, daß die das Lager verlassenden Produkteinheiten zur weiteren Verarbeitung innerhalb des Betriebes bestimmt sind als auch für den Fall, daß es sich bei diesen Lagerabgängen um verkaufte Produkteinheiten (Fertigfabrikate) handelt. Für die Fertigfabrikate hat die gesetzte Annahme die Bedeutung, daß angenommen worden ist, daß beim Verkauf einer Produkteinheit genau die Menge an Geld realisierbar wird, die einmal zur Fertigung eines Stückes aufgewendet worden ist.

Sowohl der Lagerbestand (b) als auch das gebundene Kapital (u) sind in den obigen Gleichungen eine Funktion der Zeit t . Sie sind jedoch, sollen sie nach x differenzierbar sein, als Funktion der Losgröße x darzustellen. Es sei also:

$$b = f(x) \quad \text{und} \quad u = f(x)$$

Das Erfüllen dieser Forderung ist durch eine einfache gedankliche und mathematische Operation möglich. Aus den Abbildungen 2 und 2a geht hervor, daß der in der Absatzperiode vorhandene Lagerbestand bzw. das gebundene Kapital durch die Fläche der geschrafften Dreiecke gegeben ist, deren Grundseite

gleich der Absatzzeit t_a und deren Höhe gleich der Losgröße x bzw. gleich $x \cdot k$ ist. Die Fläche der Dreiecke ist damit:

$$F_b = \frac{x \cdot t_a}{2}$$

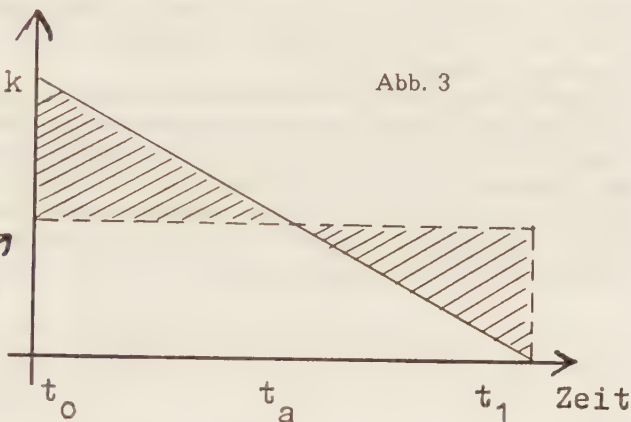
$$F_u = \frac{x \cdot k \cdot t_a}{2}$$

b bzw. u

x bzw. $x \cdot k$

Abb. 3

$\frac{x}{2}$ bzw. $\frac{x \cdot k}{2}$



Im Durchschnitt der Absatzperiode sind daher gebunden:

$$(5) \quad \varnothing - \text{Lagerbestand} = \frac{x \cdot t_a}{2} \cdot \frac{1}{t_a} = \frac{x}{2}$$

$$(5a) \quad \varnothing - \text{gebundenes Kapital} = \frac{x \cdot k \cdot t_a}{2} \cdot \frac{1}{t_a} = \frac{x}{2} \cdot k$$

Gilt diese Bestimmung des durchschnittlichen Lagerbestandes bzw. des im Durchschnitt gebundenen Kapitals für die Absatzzeit eines Loses, so gilt sie gleichermaßen auch für eine Reihe gleich großer, sich kontinuierlich aneinanderreichender Lose (Abbildung 4). Der Lagerbestand wird somit als sich im Zeitablauf stationär verhaltend angesehen.

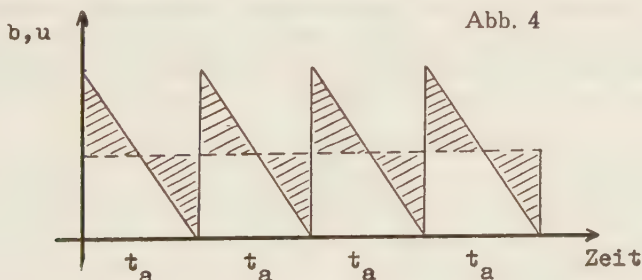


Abb. 4

Mit den Gleichungen (5) und (5a) ist somit der durchschnittliche Lagerbestand und das im Zeitablauf durchschnittlich gebundene Kapital als Funktion der Losgröße x bestimmt worden. Durch die Abhängigkeit von der variablen Losgröße x ordnen diese Gleichungen zwangsläufig jeder beliebigen Losgröße den ihr entsprechenden Lagerbestand bzw. das ihr entsprechende Kapital zu.

Multipliziert man nun den im Durchschnitt des Zeitablaufes gebundenen Lagerbestand mit den Stückkosten k — in Gleichung (5a) ist diese Operation bereits vollzogen worden —, und dem Zinsfuß $p/100$, so ergeben sich die Zinskosten als Funktion der mit ihren Herstellkosten multiplizierten Losgröße x . Die reinen Lagerkosten mögen dabei „als dem Zins mit irgendeiner Quote zugeschlagen gedacht sein“.⁵⁾

$$Z = f(x) = \frac{x}{2} \cdot k \cdot \frac{p}{100}$$

$$k = \frac{E}{x} + s \quad (1)$$

$$(6) \quad Z = \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right) \cdot \frac{p}{100}$$

Die Gleichung (6) erlaubt es nunmehr, jeder beliebigen Losgröße x die ihr zugehörigen Zinskosten zuzurechnen. Zu bemerken ist, daß sich der Zinssatz $p/100$ stets auf die Planperiode beziehen muß.

c) Gesamtkostengleichung

Die beiden Grundgleichungen (2) und (6), d. h. die Gleichungen der Herstellkosten und der Zinskosten, lassen sich nunmehr zu einer Gesamtkostengleichung zusammenziehen.

$$(7) \quad K + Z = E \cdot \frac{m}{x} + s \cdot m + \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right) \cdot \frac{p}{100}$$

Da die ausgezeichneten Werte dieser Funktion dort liegen, wo die erste Ableitung der Funktion gleich null ist, ist die Funktion nach x zu differenzieren; anschließend ist sie gleich null zu setzen und nach x aufzulösen.

$$(8) \quad (K + Z)' = -\frac{E \cdot m}{x^2} + \frac{s \cdot p}{200} = 0$$

$$x^2 = \frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}$$

⁵⁾ Gutenberg, E., op. cit., S. 299

$$(9) \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}}$$

Da die zweite Ableitung der Funktion größer als null ist, denn:

$$(K + Z)'' = \frac{2 \cdot E \cdot m}{x^3}$$

ist der für x gefundene Wert das gesuchte Minimum. Wird also die innerhalb der Planperiode zu fertigende und abzusetzende Menge m in Teilmengen (Losen) gefertigt, die auf Grund der obigen Formel errechnet worden sind, so wird man das gesteckte Produktionsziel mit einem Minimum an Kosten erreichen. Die Gleichung (9) wird im folgenden stets als Grundformel, Grundlösung oder auch als ursprüngliche Formel bezeichnet werden.

Die Anzahl der aufzulegenden Lose (y) ist gleich dem Quotienten aus Jahresabsatzmenge (m) und Losgröße (x).

$$(9a) \quad y = \frac{m}{x}$$

m/x kann dabei sowohl eine ganze Zahl als auch eine gemischte Zahl (z. B. $4,6 = 4 + 0,6$) sein. Rein rechnerisch wäre das Ergebnis in beiden Fällen richtig. Die zur Bestimmung der optimalen Losgröße aufgestellte Gleichung (9) beruht jedoch — und daran erinnere man sich wieder — auf der beliebigen Teilbarkeit der Auflagekosten E . Da diese in Wirklichkeit sprungfix sind und nicht wie z. B. in den 0,6 zum Ausdruck kommend, anteilig entstehen können, bedeutet das als Beispiel angenommene Ergebnis von 4,6 daß entweder 4 oder 5 Lose aufzulegen sein werden. Die Losgröße wäre entsprechend zu berichtigen. Zusammenfassend läßt sich also sagen: ist m/x eine ganze Zahl, dann ist das Ergebnis sowohl mathematisch als auch ökonomisch richtig. Ist jedoch m/x eine gemischte Zahl, so gibt das gezeigte Ergebnis nur eine, wenn auch vorzügliche Annäherung. Man muß sich dann alternativ für eine niedrigere oder höhere Loszahl und anschließend für eine entsprechend interpolierte Losgröße entscheiden.

Eine Reihe von in der Literatur entwickelten Formeln dieses Typs hat der Verfasser im Formelanhang zu dieser Arbeit zusammengestellt. Hierzu gehören die Formeln von Camp, Andler, Meyer, Weigmann, Davis und die von der Westinghouse Electric and Manufacturing Co. entwickelte Formel. Zur Ge-

schichte dieser Formel ist zu bemerken, daß nach Hannon⁶⁾ Mr. F. W. Harris der erste Autor war (1915), der der Frage der Errechnung der wirtschaftlichen Losgröße — und zwar in der vorliegenden Form — formelmäßigen Ausdruck verliehen hat. Alford und Bangs⁷⁾ sind allerdings der Ansicht, daß die Formel zum ersten Male (1922) von Camp entwickelt worden sei. Welche dieser Aussagen als richtig anzusehen ist, entzieht sich auf Grund der schwer zu beschaffenden Original-Literatur der Kenntnis des Verfassers.

Für praktische Beispiele zur numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße wird auf den zweiten Hauptteil dieser Arbeit verwiesen.

2. Zwei Sonderformen der traditionellen Grundformel

Die im folgenden gegebenen Ableitungen zweier Sonderformen der „basic formula“ dienen der Vervollständigung oder der Abrundung der traditionellen Theorie.

a) Die sog. „exakte Losgrößenformel“

Die Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße ist auf der Basis der Gesamtkosten entwickelt worden, d. h. auf der Grundlage der für die zu fertigende Menge insgesamt aufzuwendenden Kosten. Es ist ebenso möglich, eine Formel auf der Basis der Stückkosten zu entwickeln. Das soll im folgenden getan werden. Die grundlegenden Erörterungen der vorangegangenen Abschnitte dieser Arbeit werden dabei als bekannt vorausgesetzt. Auf sie wird daher nicht noch einmal eingegangen.

Die Kosten eines Stückes oder einer Einheit eines Loses setzen sich zusammen aus den Auflagekosten je Stück, den festen Kosten je Stück und den Zinskosten je Stück. Bezeichnet

⁶⁾ Hannon, W. W., Economic-Lot-Size Determination; in Maynard, H. B., Industrial Engineering Handbook, New York 1956, S. 8—182: „A popular type of economic-lot formula was presented by Mr. F. W. Harris in 1915 and has appeared in many articles by various authorities since that date“ (abgedruckt ohne Angabe der Quelle, d. Verf.)

⁷⁾ Alford, L. P. and Bangs, John R., Production Handbook, New York 1951, S. 101: „Camp was the first to present (1922) a general formula to determine the production order quantity, such that total cost per unit for setting up plus interest on stores investment would be a minimum.“

man die Stückkosten mit k_i , dann darf man unter Verwendung der bereits bekannten Symbole definieren:

$$\text{Auflagekosten je Stück} = \frac{E}{x}$$

$$\text{feste Kosten je Stück} = s$$

$$\text{Zinskosten je Stück} = \frac{\frac{x}{2} \cdot k_i \cdot \frac{p}{100}}{m}$$

Zusammengesetzt zu einer Gesamtstückkostengleichung ergibt sich:

$$(10) \quad k_i = \frac{E}{x} + s + \frac{\frac{x}{2} \cdot k_i \cdot \frac{p}{100}}{m}$$

Dieser Ansatz weicht von der Gesamtkostengleichung (7) insofern ab, als er sich erstens auf die Kosten je Stück (Einheit) bezieht und zweitens in ihm die Zinskosten als ein Bruchteil der Stückkosten aufgefaßt werden. Die Gleichung (10) ist daher zunächst nach k_i aufzulösen:

$$(11) \quad k_i = \frac{\frac{E}{x} + s}{1 - \frac{\frac{x}{200} \cdot \frac{p}{m}}}$$

Dieser Ausdruck ist nach x zu differenzieren, gleich null zu setzen und nach x aufzulösen. Aus Vereinfachungsgründen wird dabei der konstante Ausdruck $\frac{p}{200m} = c$ gesetzt.

$$k_i = \frac{-\frac{E}{x^2} \left(1 - cx\right) - \left[-c \left(\frac{E}{x} + s\right)\right]}{\left(1 - cx\right)^2} = 0$$

$$-\frac{E}{x^2} + \frac{E \cdot c}{x} + \frac{E \cdot c}{x} + c \cdot s = 0$$

$$-E + Ecx + Ecx + cs \cdot x^2 = 0$$

Auflösung dieser Gleichung nach x und Bildung der quadratischen Ergänzung:

$$x^2 + \frac{2 \cdot E}{s} \cdot x + \left(\frac{E}{s}\right)^2 = \frac{E}{c \cdot s} + \left(\frac{E}{s}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{E}{s}\right)^2 = \frac{E}{c \cdot s} + \left(\frac{E}{s}\right)^2$$

$$x = \sqrt{\frac{E}{c \cdot s} + \left(\frac{E}{s}\right)^2} - \frac{E}{s}$$

oder unter Wiedereinsetzung des Ausdruckes $\frac{p}{200 m}$ für c :

$$(12) \quad x = -\frac{E}{s} + \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p} + \left(\frac{E}{s}\right)^2}$$

Diese Form der Lösung wird von Andler⁸⁾ und Raymond⁹⁾ als „exact form“ bezeichnet. Auch Narath¹⁰⁾ gibt fußend auf Pennington¹¹⁾ im Prinzip diese Formel.

b) Formel bei gesonderter Berücksichtigung der reinen Lagerkosten

Die reinen Lagerkosten sind bei der Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße durch eine entsprechende Erhöhung des Zinssatzes berücksichtigt worden. Man kann sie allerdings auch — und das soll hier im folgenden getan werden — in einer Weise in die Rechnung mit aufnehmen, die mehr ihrer Eigenart gerecht wird. Die Lagerkosten als solche umfassen die Kosten des Ein- und Auslagerns der fertigen Erzeugnisse, die Kosten des Lagerraumes oder -platzes, der Lagereinrichtung und des Lagerpersonals. Diese Kosten sind, sollen sie einbezogen werden können, als eine Funktion der Losgröße x

⁸⁾ Andler, Kurt, Rationalisierung der Produktion und optimale Losgröße, München 1929

⁹⁾ Raymond, F. E., Economic Production Quantities, Trans. A.S.M.E., M.A.N. — 50 — 10, 1927, S. 67

¹⁰⁾ Narath, H.: Die Ermittlung des wirtschaftlich günstigsten Lagerbestandes, des günstigsten Zeitpunktes der Nachbestellung und der Größe des Reservelagerbestandes, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 1927, S. 474

¹¹⁾ Pennington, Gordon, Simple Formulas for Inventory Control; Manufacturing Industries, Vol. 13, no. 3, pp. 199—203

auszudrücken. Bezeichnet man die Lagerkosten mit L, dann muß

$$L = f(x)$$

Jede Produkteinheit nimmt bei ihrer Lagerung eine bestimmte qm- oder cbm-Zahl an Lagerraum für sich in Anspruch. Faßt man nun sämtliche, vermutlich entstehenden Lagerkosten der Planperiode zusammen, so kann man aus ihnen einen Kostenpreis je qm oder je cbm bilden (Bezeichnung z. B. DM/qm/Jahr). Bezeichnet man die Anzahl der je Produkteinheit in Anspruch genommenen Quadratmeter mit q, den Kostenpreis je Lagerraumeinheit und Planperiode mit r, dann ergeben sich die je Los entstehenden Lagerkosten L wie folgt:

$$(13) \quad L = x \cdot q \cdot r$$

Die Lagerkosten errechnen sich somit, wie Narath¹²⁾ ausführt, „auf der Grundlage des Raumbedarfs für den größtmöglichen Lagerbestand, einerlei ob dieser immer ausgenutzt wird oder nicht“. Norton¹³⁾ baut seine Formel auf dem gleichen Grundsatz auf.

Die Lagerkostengleichung (13) ist ebenso wie die Gleichungen (2) und (6) als sog. Grundgleichung anzusehen und kann mit diesen zu einer einzigen Gleichung zusammengefaßt werden. Es ergibt sich in Anlehnung an Gleichung (7) folgender Ansatz:

$$(14) \quad K + Z + L = \frac{E \cdot m}{x} + s \cdot m + \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right) \cdot \frac{p}{100} + x \cdot q \cdot r$$

Da die ausgezeichneten Werte dieser Funktion dort liegen, wo die erste Ableitung der Funktion gleich null ist, ist die Funktion nach x zu differenzieren; anschließend ist sie gleich null zu setzen und nach x aufzulösen. Unter Verzicht auf eine vollständige Durchführung dieser Rechenoperationen gleich das Ergebnis:

$$(15) \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p + q \cdot r \cdot 200}}$$

Diese Formel entspricht der von Davis¹⁴⁾ entwickelten Formel. Sie erlaubt ein gesondertes Miteinbeziehen der Lagerkosten und

¹²⁾ Narath, H., op. cit., S. 474

¹³⁾ Norton, Paul T. jr.: Economic Lot Sizes in Manufacturing; Mechanical Engineering 1933, S. 609; „It is assumed that storage space must be provided for the maximum number to be placed in storage from lot Q.“

¹⁴⁾ Ohne Quellenangabe abgedruckt bei Alford, L. P. and Bangs, John R.: Production Handbook, New York 1951, S. 282

zeigt deutlich, daß auch diese auf eine Verkleinerung der Losgröße hinwirken. Ein Beispiel¹⁵⁾ diene der Verdeutlichung der Formel. Die Planperiode sei gleich einem Jahr. Für die übrigen Größen mögen folgende numerische Werte gelten:

E = Auflegekosten	= \$ 30.—
m = Jahresabsatzmenge	= 8.000 Einheiten
s = Stückkosten	= \$ 0,10
p = Zinsfuß in % p. a.	= 5 %
q = Lagerfläche in sq. ft. je Produkteinheit	= 0,02 sq. ft.
r = Kostenpreis je sq. ft.	= \$ 3.—

$$x = \sqrt{\frac{30 \cdot 8000 \cdot 200}{0,1 \cdot 5 + 0,02 \cdot 3 \cdot 200}} = \sqrt{\frac{48}{12,5} \cdot 1000} \approx 2000$$

Die Anzahl der aufzulegenden Lose (y) ist gleich dem Quotienten aus Jahresabsatzmenge (m) und Losgröße (x).

$$y = \frac{m}{x} = \frac{8000}{2000} = 4$$

Bei einer Jahresabsatzmenge von 8.000 Stück und einer Losgröße von 2.000 Stück sind jährlich 4 Lose aufzulegen. Die Losauflage muß alle 90 Tage erfolgen. Bei der Festsetzung des Zeitpunktes, an dem jeweils mit der Fertigung eines Loses begonnen werden soll, ist die Lagerhöhe an Fertigerzeugnissen und die Durchlaufzeit zu beachten, d. h. diejenige Zeitspanne, die der Betrieb benötigt, um die erste absatzreife Produkteinheit eines Loses herzustellen.

3. Zusammenfassung der Modellbedingungen

Im Verlaufe der Ableitung der der Bestimmung der optimalen Losgröße dienenden Grundformel (Gleichung (9)) sind eine Reihe von Bedingungen gesetzt worden; erst das Setzen dieser Bedingungen ermöglichte es, dem Problem als solchem formelmäßigen Ausdruck zu verleihen. Zu betonen ist daher, daß die in Gestalt der Formel gewonnene theoretische Aussage nur unter diesen — bei der vorangegangenen Modellbetrachtung ganz explicit gesetzten — Bedingungen gilt. In der vorhandenen Literatur werden diese Bedingungen zumeist nicht

¹⁵⁾ Entnommen aus Alford, L. P. and Bangs, John R., op. cit. S. 282

mit der notwendigen Deutlichkeit herausgestellt. Es droht daher, wie Dürr¹⁶⁾ bei der kritischen Besprechung eines von Henzel¹⁷⁾ in Anlehnung an Knecht¹⁸⁾ dargestellten Beispiels zur Berechnung der optimalen Losgröße bemerkt, eine doppelte Gefahr: „Gefahr für die mathematische Methode, die in Mißkredit gerät, wenn Formeln ohne nähere Prüfung ihrer Voraussetzungen angewendet werden; Gefahr natürlich auch für den, der eine Formel unter falschen Voraussetzungen anwendet.“

Aus den dargelegten Gründen ist es somit wichtig, — denn das Gegeben- bzw. Nicht-Gegebensein dieser Bedingungen entscheidet in der Praxis über die Anwendungsmöglichkeit der Formel — sich noch einmal diese verstreut gemachten Bedingungen zusammenfassend vor Augen zu führen. Bei dieser Zusammenfassung der Modellbedingungen wird der Verfasser in zu den jeweiligen Bedingungen gehörenden Fußnoten auf die nach seiner Ansicht bedeutsamen und in der Literatur nur in geringem Umfang zu findenden explicit gesetzten Annahmen hinweisen. Im Verlauf der Untersuchung waren folgende Prämissen gesetzt worden:

- (1) Es stehe Kapital in der jeweils erforderlichen Höhe zur Verfügung¹⁹⁾.
- (2) Der je Stück zu erzielende Verkaufspreis sei gleich den je Stück aufgewendeten Kosten.
- (3) Der Absatz der Fertigprodukte gehe innerhalb der Absatzzeit vollkommen gleichmäßig vor sich: die Absatzgeschwindigkeit sei also monoton und endlich²⁰⁾.
- (4) Die Durchlaufzeit (Fertigungsdauer) eines Loses sei unabhängig von dessen Stückzahl gleich null.²⁰⁾

¹⁶⁾ Dürr, Karl, die Bemessung der Auflage in der Serienfabrikation, Bern 1952, S. 5

¹⁷⁾ Henzel, Fritz, Lagerwirtschaft, Essen 1950, S. 55 ff

¹⁸⁾ Knecht, Volker, Terminwesen und Lagerhaltung in der Massenfertigung, Berlin 1951

¹⁹⁾ Stafford, J. A., op. cit., S. 283: „All the formulae which have appeared during this time seem to assume that working capital is unlimited.“ Die gleiche Bedingung klingt auch bei Dürr, Karl, op. cit., S. 9 an: „Der Produzent ist vielfach genötigt, eine suboptimale Seriengröße zu wählen, weil sonst das im Lager festgelegte Kapital zu groß ausfällt“. Auch Kronenberger, Ph., Die kapitalbezogene Optimumrechnung als Formelement der rein ökonomischen Kalkulation; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung, 1950, S. 448 und S. 447 sieht das Problem des Kapitallimits ganz deutlich.

²⁰⁾ Diese beiden Bedingungen, nämlich die Bedingungen (3) und (4) werden von Hannon, W. W., in seinem Beitrag „Economic-Lot-Size

- (5) Die Lose seien jeweils gleich groß und mögen sich gleichmäßig auf die Periode verteilen.
- (6) Die reinen Lagerkosten mögen dem Zins als mit irgendeiner Quote zugeschlagen gedacht sein.
- (7) Die Auflagekosten seien vollkommen unabhängig von der Losgröße.

Wenn sich also in der Vergangenheit viele Autoren mit der Entwicklung von Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße beschäftigt haben, so konnten sie diese Formeln nur dann entwickeln, wenn sie sich ganz konkrete Vorstellungen über den Ablauf bestimmter betrieblicher Vorgänge gemacht haben. Gesetzt, aber nicht zugegeben, sie hätten die oben zusammenfassend aufgeführten Bedingungen nicht gesetzt, dann wäre eine Entwicklung der Formeln nicht möglich gewesen. Sie haben vielmehr — wie oben ebenfalls bereits ausgeführt worden ist — diese Bedingungen in der Mehrzahl der Fälle nicht explicit, sondern implicit, d. h. stillschweigend gesetzt. Dies deshalb, weil sie von ihnen als Selbstverständlichkeiten angesehen worden sind. Das jedenfalls ist die Vermutung des Verfassers.

Den oben aufgeführten Bedingungen (1)–(7) ist eine unterschiedliche Bedeutung beizumessen. Problematisch sind die Bedingungen (1) bis (4). Die Bedingungen (5), (6) und (7) sind dahingegen im Wesentlichen unproblematischer Natur.

Es erscheint somit angebracht, diejenigen Bedingungen, die im prinzipiellen Sinne über die Anwendungsmöglichkeit der Formel entscheiden, nämlich die Bedingungen (1) bis (4) —, im folgenden Abschnitt der Arbeit einer gesonderten Betrachtung zu unterziehen. Die Veranlassung für eine solche kritische Untersuchung ist einmal, daß man die Ansicht vertreten kann, die Bedingungen verkörpert nur einen Teil der überhaupt möglichen wirklichkeitsgerechten Annahmen; andererseits liegt die Veranlassung zu einer Untersuchung in der Frage, wie die Losgröße dann gewählt werden solle, wenn eine oder mehrere dieser Annahmen in praxi nicht gegeben sind.

Determination“ in Maynard, H. B., Industrial Engineering Handbook, New York 1956, S. 8—182, sehr treffend formuliert: „It (die Losgrößenformel, d. Verf.) is based on the assumption, that all the items in a given lot are processed in a relatively short period, move into inventory at one time, and are then consumed at a constant rate.“

II. Möglichkeiten einer Weiterführung der Theorie

Die traditionelle Theorie zur Bestimmung der optimalen Losgröße gilt unter einer Reihe von einschränkenden Bedingungen. Einige dieser Bedingungen sind gesetzt worden, um den durch die Auf-Lager-Nahme der fertigen Produkte entstehenden Kapitalbedarf in eindeutiger Weise fixieren zu können. Diese Kapitalbedingungen fixieren aber nur eine aus der Reihe der überhaupt möglichen Kapitalbedarfssituationen. In diesem Kapitel der Arbeit wird es daher unternommen, die Reihe der möglichen Kapitalbedarfssituationen in ganz allgemeiner Weise aus einer einzigen Kapitalbedarfsfunktion zu entwickeln. In der Miteinbeziehung dieser Situationen in die Losgrößentheorie liegen daher — soweit es sich dabei nicht um die zwangsläufig aufscheinende, der traditionellen Formel zu Grunde liegende Kapitalbedarfssituation handelt — die Möglichkeiten zu einer Weiterführung der Losgrößentheorie unter kapitaltheoretischem Aspekt.

Bei der Verfolgung dieses Zieles wird so vorgegangen, daß zunächst noch einmal diejenigen Bedingungen wiederholt und in ihrer grundsätzlichen Bedeutung erläutert werden, die den der Grundformel zu Grunde liegenden Kapitalbedarf fixiert haben. Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels wird dann der Begriff des Kapitalbedarfs diskutiert und eine allgemeine Kapitalbedarfsfunktion aufgestellt werden. Die Entwicklung einer speziellen Kapitalbedarfsfunktion bei Losgrößenproduktion, aus der sich die Reihe der möglichen Kapitalbedarfssituationen unter Setzen von Prämissen ableiten lassen wird, folgt im dritten Abschnitt dieses Kapitels.

1. Die den Kapitalbedarf fixierenden Bedingungen des traditionellen Modells

Die Untersuchung konzentriert sich im folgenden auf die ersten vier der bei der Entwicklung der Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße (Gleichung (9)) gesetzten Prämissen. Diese werden der Übersicht halber noch einmal wiederholt. Sie lauteten:

- (1) Es stehe Kapital in der jeweils erforderlichen Höhe zur Verfügung.
- (2) Der je Stück zu erzielende Verkaufspreis sei gleich den je Stück aufgewendeten Kosten.
- (3) Der Absatz der Fertigprodukte gehe innerhalb der Absatzzeit vollkommen gleichmäßig vor sich: die Absatzgeschwindigkeit sei also monoton und endlich.
- (4) Die Durchlaufzeit (Fertigungsdauer) eines Loses sei unabhängig von dessen Stückzahl gleich null.

Von grundlegender Wichtigkeit sind die Bedingungen (1), (2) und (3). Sie bestimmen zum einen, daß überhaupt Kapital in ausreichender Menge zur Investition zur Verfügung stehen muß, und zum anderen, daß dieses Kapital über den Verkauf der hergestellten Produkte innerhalb einer gewissen Zeitspanne wieder hereingeholt werden muß. Sie verkörpern das mit einer Produktion verbundene Kapitalproblem schlechthin.

Die Bedingungen (2) und (3) hinwiederum fixieren zusammen mit der Annahme (4) zugleich eine ganz bestimmte Menge an im Lagerbestand gebundenem Kapital, das als solches der Bestimmung der Grundlösung zu Grunde lag. Sie beinhalten also ins einzelne gehende Annahmen über die Höhe und die zeitliche Verteilung von in der Zukunft erfolgenden Einnahmen und Ausgaben.

Es ist möglich, auch andere Annahmen über den Verlauf dieser Funktionen zu machen. Macht man aber andere Annahmen, dann wird auch der Kapitalbedarf, der als solcher Grundlage der zu verrechnenden Zinskosten ist, ein anderer sein. Voraussetzung für die unter diesen Gesichtspunkten stehende Untersuchung der vier genannten Bedingungen ist, daß man sich zunächst mit dem Begriff des Kapitalbedarfs vertraut macht.

2. Der Begriff des Kapitalbedarfs

Summiert man alle Einnahmen und alle Ausgaben eines Betriebes, die überhaupt während der Dauer seines Bestehens von ihm getätigt worden sind — beide Arten der Geldbewegung für sich —, dann muß in jedem Zeitpunkt die Summe der Einnahmen größer bzw. gleich der Summe der Ausgaben sein. Diese Bedingung könnte man als die monetäre Minimumbedingung einer Produktion schlechthin bezeichnen. Einnahmen und Ausgaben stellen dabei — entsprechend der Übung des allgemeinen Sprachgebrauchs — echte Zahlungsvorgänge dar. Be-

zeichnet man die Einnahmen mit R und die Ausgaben mit O, dann gilt in jedem Zeitpunkt:

$$(16) \quad \sum_t^O R \geq \sum_t^O O$$

Ist die Summe aller Einnahmen größer als die Summe aller Ausgaben, dann ist die Differenz gleich dem Bestand an flüssigen Mitteln. Von Bedeutung ist, aus welcher Quelle die Einnahmen stammen und zu welchem Zweck die Ausgaben getätigt werden. Man kann bei den Einnahmen unterscheiden zwischen:

1. Einnahmen aus dem Verkauf der hergestellten Erzeugnisse (Einnahmen aus Produktion = R_p)
2. sonstigen Einnahmen (Einnahmen nicht aus dem Verkauf der hergestellten Erzeugnisse = R_s).

Daß man unter Anlehnung an Johns²¹⁾ die sonstigen Einnahmen in Schuld- und Tilgungseinnahmen scheiden kann, ist in dem hier verfolgten Zusammenhang ohne Belang. Die Ausgaben lassen sich in ähnlicher Weise gliedern wie die Einnahmen, nämlich in:

1. Ausgaben für die Herstellung von Erzeugnissen (Ausgaben für Produktion = O_p)
2. sonstige Ausgaben (Ausgaben nicht für die Herstellung von Erzeugnissen = O_s).

Die Summe aller Einnahmen bzw. aller Ausgaben läßt sich daher unter Verwendung der soeben entwickelten Unterscheidungen und Symbole in je zwei Einzelsummen aufspalten:

$$\sum_t^O R = \sum_t^O R_p + \sum_t^O R_s \quad (\text{Einnahmen})$$

$$\sum_t^O O = \sum_t^O O_p + \sum_t^O O_s \quad (\text{Ausgaben})$$

Ist nun ein Bestand an flüssigen Mitteln nicht vorhanden, dann ist die Summe aller Einnahmen gleich der Summe aller Aus-

²¹⁾ Johns, Rudolf, Kameralistik. Wiesbaden 1951, S. 15 ff. unterscheidet drei Einnahmen-Ausgaben-Paare:

Ertragseinnahmen	Aufwandsausgaben
Schuldeinnahmen	Tilgungsausgaben
Tilgungseinnahmen	Forderungsausgaben

gaben und es gilt unter Verwendung der soeben entwickelten Teilgleichungen:

$$\sum_t^o R_p + \sum_t^o R_s = \sum_t^o O_p + \sum_t^o O_s$$

Zieht man nun die durch gleiche Indices gekennzeichneten Glieder der Gleichung zusammen, so erhält man

$$\sum_t^o R_s - \sum_t^o O_s = \sum_t^o O_p - \sum_t^o R_p$$

In verbaler Form wiedergegeben beinhaltet diese Gleichung nichts anderes, als daß zu jedem Zeitpunkt im Leben eines Betriebes die bis zu diesem Zeitpunkt entstandenen

sonstigen Einnahmen abzüglich der sonstigen Ausgaben gleich sein müssen

den für die Produktion getätigten Ausgaben abzüglich der durch den Verkauf der Produkte erzielten Einnahmen.

Beide Seiten der Gleichung zeigen somit die Höhe des im Rahmen des Produktionsprozesses gebundenen Kapitals u. Da hier nur der rechts stehende Ausdruck interessiert, darf man schreiben:

$$(17) \quad u = \sum_t^o O_p - \sum_t^o R_p \quad {}^{22)}$$

Gilt diese Gleichung ex post, dann gilt sie auch ex ante. Im letzteren Falle spricht man dann nicht mehr von gebundenem Kapital, sondern von Kapitalbedarf.²³⁾

Der Kapitalbedarf ist somit abhängig sowohl vom erwarteten Verlauf der Einnahmen als auch vom erwarteten Verlauf der Ausgaben und je nachdem welchen Verlauf man erwartet, wird der Kapitalbedarf unterschiedlich sein. Diese

²²⁾ Boulding, Kenneth E., Economic Analysis, rev. ed. New York 1948, S. 784: „It (the total capital invested, der Verf.) is equal to the sum of outlays less the sum of revenues up to the date in question“.

²³⁾ Die begriffliche Unterscheidung zwischen gebundenem Kapital und Kapitalbedarf resultiert lediglich aus der zeitlichen Stellung des Betrachtenden. Soll eine Investition erst noch erfolgen, dann spricht man vom Kapitalbedarf, den diese Investition auslösen wird. Ist die Investition bereits erfolgt, dann spricht man von dem Kapital, das im Rahmen dieser Investition gebunden worden ist.

Erwartungen kann man zu bestimmten Erwartungsgruppen verdichten und unter Setzung eben dieser Annahmen- oder Erwartungsgruppen ist man dann in der Lage, den Kapitalbedarf für eine in der Zukunft erfolgende Produktion zu bestimmen. Wenn die dabei aufzustellende Rechnung sinnvoll sein soll, dann kann sie primär nur auf die Ermittlung des maximalen Kapitalbedarfs gerichtet sein.²⁴⁾ Darüberhinaus ist es jedoch durchaus von Interesse, auch den im Durchschnitt des Zeitablaufs durch eine Produktion ausgelösten Kapitalbedarf, also den durchschnittlichen Kapitalbedarf zu kennen.

3. Kapitalbedarf bei Losgrößenproduktion

Auf der Grundlage der allgemeinen Kapitalbedarfsfunktion

$$u = \sum_t^o O_p - \sum_t^o R_p \quad (17)$$

konzentriert sich die Untersuchung nun auf den speziell bei einer Losgrößenproduktion entstehenden Kapitalbedarf. Die Isolierung des Kapitalbedarfs, den die Produktion bzw. die Auflagernahme eines Loses bzw. einer ganzen Reihe von Losen auslöst — dem Kapitalbedarf des Anlagevermögens und des übrigen Umlaufvermögens wird keine Beachtung geschenkt — macht es jedoch notwendig, daß hinsichtlich der Ausgabenfunktion noch eine besondere Annahme getroffen wird, nämlich diejenige, daß im folgenden, wenn von den Ausgaben je Produkteinheit oder Stück gesprochen wird, hierunter stets die Kosten je Stück zu begreifen sind.²⁵⁾ Würde man die vorgenannte Annahme nicht setzen, so wäre eine isolierte Betrachtung des Kapitalbedarfs, den die Produktion bzw. die Auflagernahme eines Loses bzw. einer ganzen Reihe von Losen verschiedener Produktarten auslöst, nicht durchführbar.

Bei den nun folgenden Untersuchungen ist zu unterscheiden zwischen dem Kapitalbedarf je Los und dem Kapitalbedarf, den die Summe der jeweiligen in der Produktion bzw. auf dem Lager befindlichen Lose auslöst.

²⁴⁾ Gleiche Meinung Eggemann, Willy, Probleme einer Kapitalbedarfsrechnung, Wirtschaftsprüfung 1948, H. 8, S. 7: „... für die Kapitalbedarfsrechnung insofern von Bedeutung, als stets von der höchsten Kapitalbeanspruchung auszugehen ist, ...“

²⁵⁾ Kosten sind auf das Stück verrechnete Ausgaben. Die sogen. „richtige“ Verrechnung wirft viele Probleme auf. Auf diese wird jedoch in dem hier verfolgten Zusammenhang nicht eingegangen.

a) Kapitalbedarf je Los

Voraussetzung für die Bestimmung des Kapitalbedarfs ist wie Gleichung (17) zeigt, die Festlegung der Einnahmen- und Ausgabenfunktionen. Diese sind im folgenden für das einzelne Los zu bestimmen. Es wird dabei mit der Bestimmung der Ausgabenfunktion begonnen. Zu diesem Zweck sei angenommen, daß die Stückauflage und die der Stückauflage entsprechenden Ausgaben uno actu geschehen. Erfolgt die Stückauflage gleichmäßig im Verlaufe der Produktionsperiode, dann sind die Ausgaben eine stetige Funktion der Zeit t und ergeben sich je Zeiteinheit aus der je Zeiteinheit aufgelegten Stückzahl v_p multipliziert mit den Ausgaben bzw. den Kosten je Stück k . Es gilt also:

$$(18) \quad \sum_t^0 O_p = f(t) = v_p \cdot k \cdot t$$

Die solcherart bestimmte Ausgabenfunktion ist nur gültig für die Dauer der Produktionsperiode, d. h. für den Zeitraum, der sich vom Fertigungsbeginn eines Loses ($t = 0$) bis zu dessen Fertigstellung erstreckt ($t = \frac{x}{v_p}$).

Bei der Bestimmung der Einnahmenfunktion ist in ähnlicher Weise zu verfahren wie bei der Bestimmung der Ausgabenfunktion. Nimmt man an, daß eine Einnahme jeweils dann erfolgt, wenn eine Produkteinheit abgesetzt wird und vollzieht sich dieser Absatz der fertigen Erzeugnisse in zeitlicher Hinsicht völlig gleichmäßig, dann sind auch die Einnahmen eine stetige Funktion der Zeit t . Sie ergeben sich je Zeiteinheit aus der je Zeiteinheit abgesetzten Stückzahl v_a multipliziert mit dem Verkaufspreis P je Stück. Es gilt:

$$(19) \quad \sum_t^0 R_p = f(t) = v_a \cdot P \cdot t$$

Die Einnahmenfunktion ist nur gültig für die Zeitspanne, die zum Absatz eines Loses benötigt wird. Diese erstreckt sich von $t = 0$ bis $t = \frac{x}{v_a}$.

Die beiden so gewonnenen Verlaufsgleichungen (18) und (19) sind nun zur Bestimmung des bei Losgrößenproduktion entstehenden Kapitalbedarfs an Stelle der bisherigen Summenausdrücke in die Kapitalbedarfsfunktion (17) einzusetzen. Es ist damit:

$$u = \sum_t^o O_p - \sum_t^o R_p \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u &= v_p \cdot k \cdot t - v_a \cdot P \cdot t \\ u &= (v_p \cdot k - v_a \cdot P) \cdot t \end{aligned} \quad (20)$$

An Hand der Gleichung (20) muß es nun möglich sein, den Kapitalbedarf je Los zu errechnen. Das Ziel einer Kapitalbedarfsrechnung — das war an anderer Stelle ausgeführt worden — besteht vornehmlich in der Bestimmung des maximalen Kapitalbedarfs. Es ist daher zunächst zu prüfen, ob die soeben entwickelte Kapitalbedarfsfunktion ein solches Maximum hat. Rein äußerlich handelt es sich um eine stetige, lineare Funktion. Nach den Regeln der Differentialrechnung hat eine solche Funktion kein Maximum. Auf Grund der bei ihrer Entwicklung gemachten Annahmen hat die Funktion jedoch eine Unstetigkeitsstelle, so daß zu vermuten ist, daß sie doch ein Maximum hat. Im einzelnen ist dazu auszuführen: Die Steigung der Funktion ist konstant und positiv. Wäre die Steigung nicht positiv, dann könnte ein Kapitalbedarf nicht entstehen. Der Kapitalbedarf ist damit bei von null aufsteigenden Werten des Arguments t eine monoton wachsende Funktion. Im Zeitpunkt $t = \frac{x}{v_p}$ hat die Produktion die Höhe eines Loses erreicht. Damit verliert die Ausgabenfunktion (18), die als solche Bestandteil der Kapitalbedarfsfunktion ist, bedingungsgemäß ihre Gültigkeit. Von diesem Punkt ab ist die Steigung der Kapitalbedarfsfunktion gleich $-v_a \cdot P$, also negativ. Die Steigung bricht damit ruckartig vom Positiven ins Negative um. An dieser Unstetigkeitsstelle hat die Funktion daher ein Maximum. Zur Bestimmung des Maximums ist der gefundene t -Wert ($t = \frac{x}{v_p}$) in die Kapitalbedarfsfunktion einzusetzen.

$$u = (v_p \cdot k - v_a \cdot P) \cdot t \quad (20)$$

$$u_{\max} = (v_p \cdot k - v_a \cdot P) \cdot \frac{x}{v_p}$$

$$u_{\max} = f(x) = \left(k - \frac{v_a}{v_p} \cdot P\right) \cdot x \quad (21)$$

Damit ist der maximale Kapitalbedarf in allgemeiner Weise als Funktion der Losgröße x bestimmt worden. Es ist deutlich,

daß seine Höhe außer durch die Losgröße x entscheidend durch das Verhältnis bestimmt wird, das zwischen denjenigen Größen besteht, die innerhalb des die Steigung der Funktion darstellenden Klammerausdrucks stehen. Durch Setzen von Annahmen bezüglich des Verhältnisses, das zwischen den einzelnen Größen bestehen kann, wird es möglich sein, die Reihe der möglichen Kapitalbedarfssituationen zu entwickeln. Zu diesem Zweck ist Gleichung (21) geringfügig umzuformen.

$$(21a) \quad u_{\max} = f(x) = x \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right)$$

Zu der Bildung von Annahmengruppen wird das Verhältnis von Absatzgeschwindigkeit v_a zur Produktionsgeschwindigkeit v_p und das Verhältnis der Ausgaben bzw. Kosten k je Stück zu dem Verkaufspreis P je Stück herangezogen.

$$\frac{v_a}{v_p} \qquad \frac{k}{P}$$

Für das Verhältnis von v_a zu v_p gilt, daß dieses, da die Produktionsgeschwindigkeit stets größer als die Absatzgeschwindigkeit sein muß, gleich oder größer als null, und wenn größer als null, kleiner als eins sein muß. Wird die Produktionsgeschwindigkeit gleich der Absatzgeschwindigkeit bzw. nähert sie sich ihr sehr stark, dann wird das Verhältnis von v_a zu v_p gleich eins und das Problem einer Losgrößenproduktion besteht überhaupt nicht mehr. Die Kapazität eines Betriebes würde in diesem Falle gerade ausreichen (oder würde nur insoweit genutzt), um die erwartete Absatzmenge innerhalb der Zeit zu erstellen, die auch für ihren Absatz benötigt wird. Für das Verhältnis von k zu P gilt, daß die Kosten k je Stück kleiner, gleich oder größer als der Verkaufspreis P je Stück sein können. Die letztere Möglichkeit sei jedoch im Rahmen der folgenden Betrachtung ausgeschlossen. Es gilt also:

$$1 > \frac{v_a}{v_p} \geq 0 \qquad \frac{k}{P} \leq 1$$

Faßt man nun diese beiden Verhältnisse in der vorliegenden Form zu Annahmengruppen zusammen, so sind insgesamt vier Kombinationsmöglichkeiten gegeben. Diese lauten wie folgt:

Annahmegruppe (a)

Die Produktionsgeschwindigkeit v_a sei sehr groß, die Absatzgeschwindigkeit v_p sei monoton und endlich; der Ver-

kaufspreis je Stück sei gleich den Kosten je Stück. Es ist somit:

$$v_a : v_p = 0 \qquad P = k$$

und unter Einsetzen dieser Verhältnisse in die Gleichung (21a) ergibt sich

$$(22) \qquad u_{\max} = k \cdot x$$

Bei dieser Annahmengruppe handelt es sich um die der traditionellen Formel unterliegenden Annahmen. Diese Situation ist hier lediglich der Vollständigkeit halber noch einmal mitaufgeführt worden.

Annahmengruppe (b)

Die Produktionsgeschwindigkeit v_p sei sehr groß; die Absatzgeschwindigkeit v_a sei monoton und endlich; der Verkaufspreis P je Stück sei größer als die Kosten k je Stück. Es ist somit:

$$v_a : v_p = 0 \qquad P > k$$

und unter Einsetzen dieser Verhältnisse in die Gleichung (21a) ergibt sich

$$(22a) \qquad u_{\max} = k \cdot x$$

Die Übereinstimmung zwischen dem maximalen Kapitalbedarf bei den Annahmengruppen (a) und (b) zeigt, daß es — jedenfalls für die Ermittlung des maximalen Kapitalbedarfs — bei zeitloser Produktion unerheblich ist, ob der Verkaufspreis P gleich oder größer als die Kosten k ist. Von Bedeutung ist diese Frage jedoch, wie sich später zeigen wird, für die Bestimmung des durchschnittlichen Kapitalbedarfs.

Annahmengruppe (c)

Die Produktionsgeschwindigkeit v_p sei größer als die Absatzgeschwindigkeit v_a , aber ebenso wie diese monoton und endlich. Der Verkaufspreis P sei gleich den Kosten k je Stück. Es ist somit:

$$1 > (v_a : v_p) > 0 \qquad P = k$$

und unter Einsetzen dieser Verhältnisse in die Gleichung (21) ergibt sich

$$(23) \qquad u_{\max} = k \cdot x \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \right)$$

Annahmengruppe (d)

Die Produktionsgeschwindigkeit v_p sei größer als die Absatzgeschwindigkeit v_a , aber ebenso wie diese monoton und endlich. Der Verkaufspreis P sei jedoch — und das ist die einzige Abweichung gegenüber der Annahmengruppe (c) — größer als die je Stück aufgewendeten Kosten k . Es ist somit:

$$1 > (v_a : v_p) > 0 \quad P > k$$

Diese Bedingungen entsprechen denjenigen, unter denen die Gleichung (21 a) abgeleitet worden ist. Es gilt also:

$$(24) \quad u_{\max} = k \cdot x \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right)$$

Auf einen Sonderfall dieser Gleichung ist noch aufmerksam zu machen. Wird nämlich

$$\frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} = 1$$

dann ist der Kapitalbedarf gleich null und das Problem einer optimalen Losgröße ist als solches nicht existent.

Damit sind die möglichen Kapitalbedarfssituationen, die je Los auftreten können, entwickelt worden. Sie werden im folgenden einer Einzeluntersuchung hinsichtlich ihrer Berücksichtigungsfähigkeit bei der Bestimmung der optimalen Losgröße unterzogen werden. Bevor das jedoch getan wird, ist zunächst noch auf den Gesamtkapitalbedarf einer Losgrößenproduktion einzugehen.

b) Gesamtkapitalbedarf

Die bei der Entwicklung der Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße gesetzte Prämisse (Bedingung (1)) lautete: es stehe Kapital in der jeweils erforderlichen Höhe zur Investition zur Verfügung. Die Bedingung ist hinsichtlich dessen, was mit „jeweils erforderlicher Höhe“ gemeint ist, näher zu erläutern. Dieser Terminus — und darum ist die Bedingung so allgemein gefaßt worden — besitzt nämlich eine doppelte Bedeutung.

Bezieht man ihn auf ein einzelnes Los einer einzigen beliebigen Produktart, dann wird die „jeweils erforderliche Höhe“ ganz allgemein durch Gleichung (21 a) gegeben.

$$u_{\max} = x \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right) \quad (21a)$$

In diesem Falle ist die „jeweils erforderliche Höhe“ des Kapitals, das zur Verfügung stehen muß, exakt bestimmbar. Ein Betrieb stellt in der Regel jedoch eine ganze Reihe von Produktarten her, von denen hier angenommen werden soll, daß sie ebenfalls in optimalen Losgrößen hergestellt werden sollen. Bei der Untersuchung des durch eine Losgrößenproduktion ausgelösten Kapitalbedarfs genügt es daher nicht, die Betrachtung auf das „isolierte“ Los einer einzigen Produktart zu beschränken.

Bezieht man den Terminus „jeweils erforderliche Höhe“ also auf die Gesamtheit der herzustellenden Produktarten, d. h. auf die Gesamtheit der sich in einem bestimmten Zeitpunkt jeweils in der Fertigung bzw. auf dem Lager befindlichen Lose, dann ist die „erforderliche Höhe“ des Kapitals, das zur Verfügung stehen muß, gleich der Summe des Kapitalbedarfs der einzelnen Lose bzw. Teile von Losen. Der solcherart ausgelöste maximale Gesamtkapitalbedarf ist in Vergleich zu dem maximalen Kapitalbedarf je Los das Primäre. Denn, steht Kapital nicht in der Höhe des Gesamtkapitalbedarfs zur Verfügung, dann wird eine Produktion in optimalen Losen oder Serien nicht oder nur teilweise möglich sein. Die Feststellung, daß der Gesamtkapitalbedarf das Primäre sei, bedeutet nicht, daß der maximale Kapitalbedarf je Los ohne Bedeutung ist.

Wenn also ein Betrieb die Produktion nach den Grundsätzen der optimalen Losgröße lenken will, dann muß er außer der optimalen Losgröße je Produktart auch den Gesamtkapitalbedarf ermitteln. Es entsteht damit die Frage, wie in dem Falle, in dem Kapital nicht in Höhe des Gesamtkapitalbedarfs zur Verfügung steht, die optimale Losgröße zu bestimmen sei. Diese hier lediglich aufgezeigten Fragen werden im einzelnen im nächsten Kapitel dieser Arbeit, das die Überschrift „Weiterführung der Theorie“ trägt, behandelt werden (Abschnitt: Bestimmung der optimalen Losgröße bei ungenügender Kapitalversorgung).

III. Weiterführung der Theorie

Die hier verwendete Überschrift „Weiterführung der Theorie“ bedeutet, daß die im vorgehenden Abschnitt der Arbeit entwickelten Kapitalbedarfssituationen, in deren Berücksichtigung bei der Bestimmung der optimalen Losgröße die Möglichkeiten zu einer systematischen Weiterführung der Losgrößentheorie liegen, im folgenden einer Einzeluntersuchung un-

terzogen werden. Insbesondere wird dabei zu prüfen sein, ob es möglich ist, den einzelnen Situationen auch formelmäßig Rechnung zu tragen. Außer Acht gelassen wird dabei die Untersuchung der Annahmengruppe (a). Sie zeichnete sich aus durch in Höhe des maximalen Kapitalbedarfs zur Verfügung stehendes Kapital, durch eine sehr große Produktionsgeschwindigkeit, durch eine endliche Absatzgeschwindigkeit, sowie durch einen Verkaufspreis, der gleich den je Stück aufgewendeten Kosten war. Die durch diese Prämissen fixierte Kapitalbedarfssituation entspricht — und das bedarf keiner weiteren Ausführungen — derjenigen der traditionellen Formel. Diese ist an anderer Stelle bereits eingehend dargestellt worden. Es wird daher auf die entsprechenden Ausführungen in dem Abschnitt „Darstellung der traditionellen Theorie“ verwiesen.

Die Überschriften der Abschnitte und Unterabschnitte dieses Kapitels beinhalten jeweils die besonderen Bedingungen der darunter dargestellten Kapitalbedarfssituationen.

1. Bestimmung der optimalen Losgröße bei ausreichender Kapitalversorgung

a) bei zeitloser Produktion und einem die Stückkosten übersteigenden Verkaufspreis (Annahmengruppe (b))

Die zu untersuchende Kapitalbedarfssituation ist gekennzeichnet durch in Höhe des maximalen Kapitalbedarfs zur Investition zur Verfügung stehendes Kapital, durch eine sehr große Produktionsgeschwindigkeit, durch eine endliche Absatzgeschwindigkeit und durch einen Verkaufspreis, der größer als die je Stück aufgewendeten Kosten ist. Dieser Preis enthalte kein Äquivalent für die entstehenden Verkaufskosten.²⁶⁾ Diese sind vielmehr im Rahmen dieser Untersuchung als nicht existent zu betrachten.

Der maximale Kapitalbedarf $u_{\max}$ dieser Kapitalbedarfssituation ist nach Gleichung (22 a)

$$u_{\max} = k \cdot x = E + s \cdot x \quad (22a)$$

Er unterscheidet sich, obwohl der Verkaufspreis P größer ist als die Kosten je Stück, nicht von dem der Grundlösung zugrunde liegenden maximalen Kapitalsbedarf. Es besteht jedoch die Vermutung, daß das im Durchschnitt der Absatzperiode ge-

²⁶⁾ vgl. hierzu auch: Stafford, J. A., op. cit. S. 282—286

bundene Kapital, das als solches die Grundlage für die bei der Bestimmung der optimalen Losgröße zu verrechnenden Zinskosten darstellt, von dem der Grundlösung zugrunde liegenden durchschnittlichen Kapitalbedarf abweicht. Es ist daher — und das ist das zunächst zu verfolgende Nahziel — der hier zu untersuchenden Kapitalbedarfssituation entsprechende durchschnittliche Kapitalbedarf zu bestimmen.

Vom Zeitpunkt der Fertigstellung des Loses an findet bedingungsgemäß der Verkauf der Produkte statt. Über die Einnahmen aus dem Verkauf wird das gebundene Kapital, dessen Höhe sich im Zeitpunkt t_0 auf $x \cdot k$ beläuft, wieder freigesetzt. Geht der Verkauf der Produkte völlig gleichmäßig vor sich, dann wird auch der Kapitalbedarf gleichmäßig geringer, um endlich an einem bestimmten Punkte gleich null zu sein. Abbildung 5 verdeutlicht die

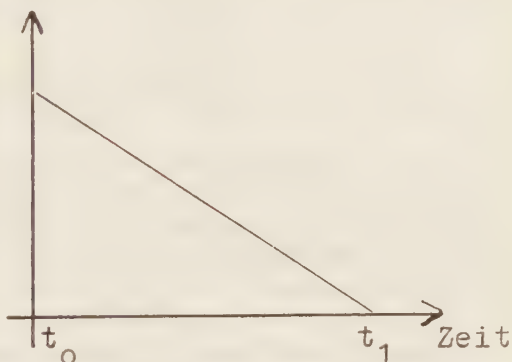
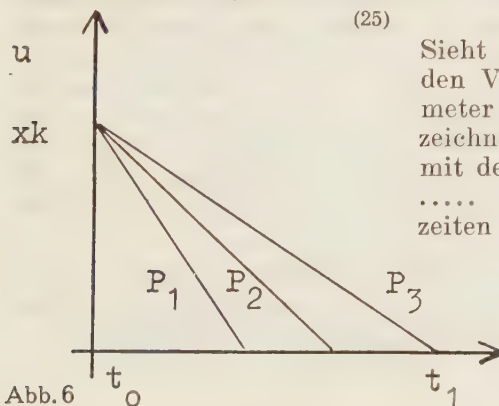


Abb. 5

Entwicklung des Kapitalbedarfs im Zeitablauf. Der Zeitraum, der für die völlige Freisetzung des gebundenen Kapitals benötigt wird, sei als Kapitalrücklaufzeit bezeichnet.

Für die von $x \cdot k$ nach t_1 verlaufende Kapitalrücklaufgerade gilt — unter Einsetzen des maximalen Kapitals in die Kapitalbedarfsfunktion (Gleichung (20)) — folgende Gleichung

$$(25) \quad u = -v_a \cdot P \cdot t + x \cdot k$$

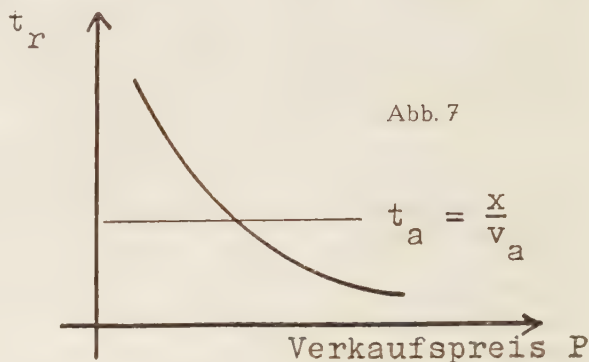


Sieht man in dieser Gleichung den Verkaufspreis P als Parameter an, dann erhält man zeichnerisch ein Strahlenbündel mit den Parametern $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. Die Kapitalrücklaufzeiten zeigen eine entsprechende Veränderung. Zu ihrer Bestimmung ist das gebundene Kapi-

Abb. 6

tal u in Gleichung (25) gleich null zu setzen und die Gleichung nach t aufzulösen. Dann ist

$$(26) \quad t_r = \frac{x \cdot k}{v_a \cdot P}$$



Ist in dieser Gleichung der Verkaufspreis P eine unabhängige Variable, dann handelt es sich bei dieser Funktion um eine Hyperbel. Variiert man nun den Verkaufspreis P und wird er dabei gleich den Kosten k je Stück, dann ist

$$(27) \quad t_r = \frac{x}{v_a}$$

In diesem Fall wird also die Kapitalrücklaufzeit t gleich derjenigen Zeitspanne, die auch rein stückzahlmäßig zum Verkauf der Stückzahl x benötigt wird. Bezeichnet man diese Zeitspanne als die Absatzzeit t_a , dann gilt

$$(28) \quad t_r = \frac{x}{v_a} = t_a$$

Die Identität von Kapitalrücklaufzeit und Absatzzeit gilt nur für den Fall, daß der Verkaufspreis P gleich den Stückkosten k ist. Die bei der Ableitung der traditionellen Formel gesetzte Bedingung: der Verkaufspreis sei gleich den Stückkosten, unterstellte also, daß die Absatzzeit t_a gleich der Kapitalrücklaufzeit t_r sei, oder, und das ist nur ein anderer Ausdruck für den gleichen Sachverhalt, daß das gebundene Kapital genau in dem Zeitpunkt wieder vollkommen freigesetzt ist, in dem das letzte Stück des Loses verkauft worden ist und zu einer Einnahme geführt hat.

Ist jedoch der Verkaufspreis P größer als die Stückkosten k , dann ist — und das geht ohne weiteres aus Gleichung (26) hervor — die Kapitalrücklaufzeit t_r kleiner als die Absatzzeit t_a .

Dieser Zusammenhang läßt sich zeichnerisch wie folgt darstellen:

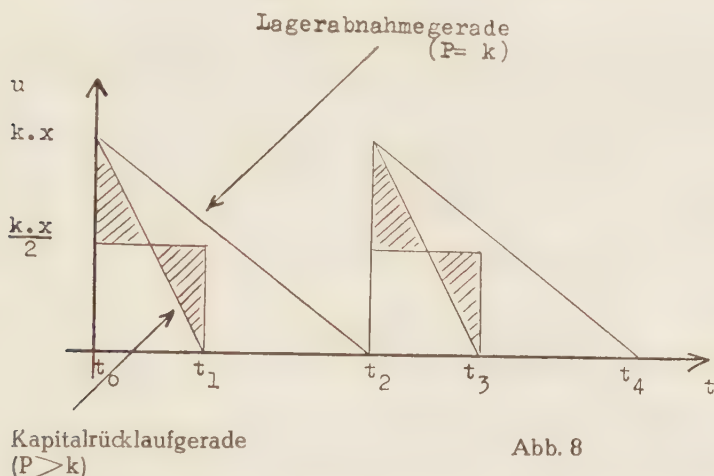


Abb. 8

Es entstehen, wenn man unterstellt, daß ein neues Los erst immer dann produziert bzw. auf Lager genommen werden soll, wenn das alte Los — rein stückzahlmäßig — abgesetzt worden ist, sogenannte „bindungsfreie“ Zeiten, d. h. Zeiten, in denen eine Kapitalbindung nicht vorliegt. Die bindungsfreien Zeiten sind jeweils gleich der Differenz aus Absatzzeit und Kapitalrücklaufzeit. Würde man also den im Durchschnitt der Kapitalrücklaufzeit gebundenen Kapitalbetrag der Verzinsung unterwerfen, so würde man, da er in den bindungsfreien Zeiten gar nicht mehr vorhanden ist, einen Kapitalbetrag verzinsen, der streckenweise nicht vorhanden ist. Man muß daher das in der Kapitalrücklaufzeit gebundene Kapital — hierzu zwingt der auf einen geschlossenen Zeitraum abzielende Zinsfuß — auf die sich kontinuierlich aneinanderreihenden Absatzzeiten t_a beziehen. Es ist das

$$(29) \quad \text{in der Kapitalrücklaufzeit gebundene Kapital} = \frac{x \cdot k \cdot t_r}{z}$$

Bezieht man es auf die Absatzzeit t_a , dann ist das

$$(30) \quad \begin{array}{l} \text{in der Kapitalrücklaufzeit} \\ \text{gebundene, aber auf die} \\ \text{Absatzperiode bezogene} \\ \text{Kapital}^{27)} \end{array} = \frac{x \cdot k}{2} \cdot t_r \cdot \frac{1}{t_a}$$

²⁷⁾ geometrisch gesehen ist das nichts anderes als die Umwandlung eines Rechtecks mit den Seiten $x \cdot k/2$ und t_r in ein flächengleiches Rechteck mit der Grundseite t_a .

$$\text{Da } t_a = \frac{x}{v_a} \text{ und } t_r = \frac{x \cdot k}{v_a \cdot P} \text{ ist } \frac{t_r}{t_a} = \frac{k}{P}$$

Die Kapitalrücklaufzeit verhält sich also zu der Absatzzeit wie die Stückkosten zum Verkaufspreis. Eingesetzt in Gleichung (30) erhält man somit:

$$(21) \quad \begin{array}{l} \text{in der } t_r \text{ gebundenes,} \\ \text{aber auf die } t_a \text{ bezogenes} \\ \text{Kapital} \end{array} = \frac{x}{2} \cdot k \cdot \frac{k}{P} = \frac{x}{2} \cdot \frac{k^2}{P}$$

Da nach Gleichung (1) die Stückkosten $k = \frac{E}{x} + s$ sind, ergibt sich

$$(31a) \quad \begin{array}{l} \text{in der } t_r \text{ gebundenes,} \\ \text{aber auf die } t_a \text{ bezogenes} \\ \text{Kapital} \end{array} = \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right)^2 \cdot \frac{1}{P}$$

Nachdem somit das eingangs dieses Unterabschnittes gesetzte Ziel, das im Durchschnitt der Absatzperiode gebundene Kapital zu bestimmen, erreicht worden ist, kann nunmehr sofort die zur Bestimmung der optimalen Losgröße erforderliche Zinskostengleichung Z aufgestellt werden. Sie ergibt sich durch Multiplikation des im Durchschnitt der Absatzperiode gebundenen Kapitals nach Gleichung (31a) mit dem Zinsfuß $p/100$.

$$(32) \quad Z = \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right)^2 \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{p}{100}$$

Die Gleichungen (2) und (32) lassen sich nunmehr zu einer Gesamtkostengleichung zusammenziehen, wobei für den Sinn dieser Operation und der nachfolgenden Rechnung auf das bereits bei der Ableitung der traditionellen Grundformel Gesagte hingewiesen sei.

$$(33) \quad K + Z = \frac{E \cdot m}{x} + s \cdot m + \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right)^2 \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{p}{100}$$

$$K + Z = \frac{E \cdot m}{x} + s \cdot m + \frac{p}{200P} \left[\frac{E^2}{x} + 2Es + x \cdot s^2 \right]$$

$$(K + Z)' = -\frac{E \cdot m}{x^2} + \frac{p}{200P} \left[-\frac{E^2}{x^2} + s^2 \right] = 0$$

$$-E \cdot m \cdot 200 \cdot P - p \cdot E^2 + p s^2 \cdot x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{E \cdot m \cdot 200 \cdot P + p \cdot E^2}{p \cdot s^2}$$

(34)

$$x = \sqrt{\left[\frac{E \cdot m \cdot 200}{p \cdot s} \right] \cdot \frac{P}{s} + \frac{E^2}{s^2}}$$

Die Formel gilt nur unter den eingangs dieses Unterabschnittes genannten Bedingungen. Darüber hinaus gelten die Bedingungen (5), (6) und (7) der ursprünglichen Formel.

Ein Beispiel, zu dem Zahlen aus einem Aufsatz von Harrison²⁸⁾ herangezogen werden, diene der Verdeutlichung der Formel. Als zusätzliche Größe wird über die Harrison'schen Zahlen hinaus lediglich der Verkaufspreis je Stück eingeführt. Es sei

Auflagekosten	=	E	=	\$	20,—
Stückkosten	=	s	=	\$	50,—
Verkaufspreis je Stück	=	P	=	\$	70,—
Jahresabsatzmenge	=	m	=	100	Stück
Zinsfuß p. a.	=	p	=	10	%

$$x = \sqrt{\left[\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p} \right] \cdot \frac{P}{s} + \frac{E^2}{s^2}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100 \cdot 200}{50 \cdot 10} \cdot \frac{70}{50} + \frac{20^2}{50^2}}$$

$$= \sqrt{1120 + 0,16} \approx 33$$

$$y = \frac{m}{x} = \frac{100}{33} = 3$$

Bei einer Loshöhe von 33 Stück sind während des Jahres 3 Lose aufzulegen. Die Losauflage muß im Abstand von 120 Tagen erfolgen.

Vergleicht man die so gewonnene Formel mit der ursprünglichen Formel, so fällt auf, daß der in den Klammern unter dem Wurzelzeichen stehende Ausdruck die ursprüngliche Formel darstellt. Da jedoch der folgende Ausdruck P/s auf Grund der gesetzten Prämisse stets größer als eins ist, — denn es galt $P > k$ und demzufolge $s < k$ —, wird eine nach der soeben entwickelten Formel bestimmte Losgröße stets größer sein als eine solche, die nach der ursprünglichen Formel errechnet worden ist. Der ebenso unter dem Wurzelzeichen stehende Summand E^2/s^2 ist großemäßig für den Wert des Wurzelausdrucks nicht von Bedeutung.

Mit der Einbeziehung des Verkaufspreises in die Betrachtung ist also, wenn dieser Preis höher als die je Stück aufge-

²⁸⁾ Harrison, Norman T., vgl. Fußnote im zweiten Hauptteil, II; dort findet sich eine ausführliche Darstellung des Beispiels ohne Berücksichtigung des Verkaufspreises.

wendeten Kosten ist, automatisch eine Erhöhung der Losgröße verbunden. Damit ist auch die reine Produktionssphäre marktfähig geworden und die Produktion wird in ihrer Gestaltung auf eine Veränderung des Marktpreises reagieren. Mit steigender Losgröße steigt darüber hinaus auch die Höhe des erforderlichen Initialkapitals. In der Tatsache, daß ein steigender Verkaufspreis eine höhere Losgröße bei fallenden Kosten und ein an Menge zunehmendes Initialkapital nach sich zieht, kommt zum Ausdruck, daß in dem Maße wie sich die Spanne zwischen Verkaufspreis und Kosten erhöht, das Risiko einer Investition abnimmt. Unter dem Risiko einer Investition wird dabei die Ungewißheit verstanden, die darüber besteht, ob man das investierte Kapital über die Einnahmen aus dem Verkauf der hergestellten Erzeugnisse wieder realisieren kann. Fällt der Preis, so sinkt auch die Losgröße und das Initialkapital. Das Risiko der Investition ist größer geworden.

**b) bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion und
Gleichheit von Stückkosten und Verkaufspreis
(Annahmengruppe (c))**

Die zu untersuchende Kapitalbedarfssituation ist gekennzeichnet durch in Höhe des maximalen Kapitalbedarfs zur Verfügung stehendes Kapital, durch eine endliche Absatzgeschwindigkeit, durch eine endliche Produktionsgeschwindigkeit sowie durch einen Verkaufspreis, der gleich den je Stück aufgewendeten Kosten ist. Die Produktionsgeschwindigkeit ist größer als die Absatzgeschwindigkeit. Darüberhinaus ist die Art des Ausstoßens der absatzreifen Produkte für den Kapitalbedarf von Bedeutung. Diesbezüglich sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden. Denkbar ist nämlich, daß der Ausstoß der fertigen Produkte einer Serie vollkommen gleichmäßig erfolgt (Fall 1). Denkbar ist aber auch, daß der Produktionsausstoß nicht gleichmäßig erfolgt, sondern daß er auf Grund dessen, daß ein Los „vom Beginn bis zur Beendigung der Bearbeitung als geschlossene Einheit von Arbeitsplatz zu Arbeitsplatz wandert“²⁹⁾, erst nach Beendigung des letzten Arbeitsganges relativ zeitpunktgeballt vor sich geht (Fall 2). Es ist zu erwarten, daß je nachdem, welche Art des Ausstoßes der absatzreifen Produkte vorliegt, der Kapitalbedarf ein unterschiedlicher sein wird.

²⁹⁾ Gutenberg, Erich, a.a.O., S. 168

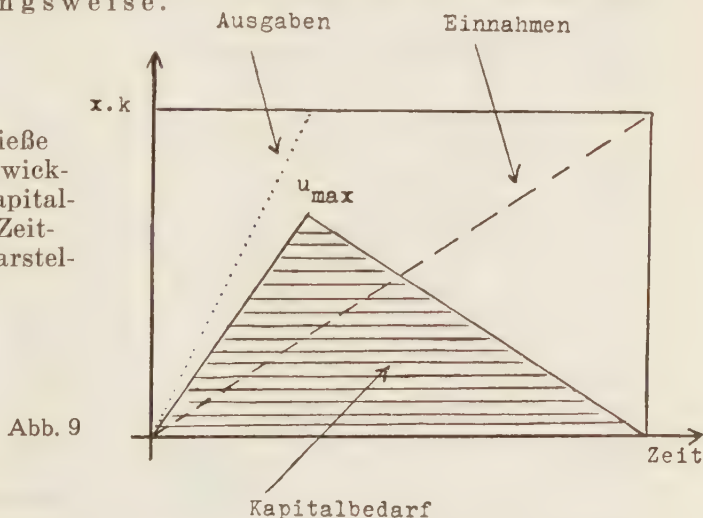
Nachfolgend wird daher zunächst in getrennter Darstellung für die beiden soeben aufgezeigten, sich nur durch die Art des Ausstoßes der absatzreifen Produkte unterscheidenden Kapitalbedarfssituationen der jeweilige maximale und der jeweilige durchschnittliche Kapitalbedarf bestimmt. Anschließend werden die für diese Situationen gültigen Losgrößenformeln entwickelt werden.

Fall c₁: Erfolgt der Produktausstoß vollkommen kontinuierlich, dann wird unter den vorherrschenden Bedingungen der maximale Kapitalbedarf durch Gleichung (23) gegeben:

$$u_{\max} = k \cdot x \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \right) \quad (23)$$

Diese Gleichung zur Bestimmung des maximalen Kapitalbedarfs gilt nur dann — und daran erinnere man sich wieder — wenn sowohl die Ausgaben- als auch die Einnahmenfunktion durch den Nullpunkt des Koordinatensystems gehen; diese Konstellation unterstellt also, daß, bedingt durch den gleichmäßigen Produktausstoß, bereits vor Fertigstellung der gesamten Serie ein Absatz der Produkte dieser Serie stattfinden kann. Dürr³⁰⁾ bezeichnet diese Art der Fertigung als offene Erstellungsweise.

Graphisch ließe sich die Entwicklung des Kapitalbedarfs im Zeitablauf so darstellen:³¹⁾



³⁰⁾ Dürr, Karl, Die Bemessung der Auflage in der Serienfabrikation, Bern 1952, S. 6

³¹⁾ Eine gleiche Zeichnung findet sich auch bei Narath, H., op. cit., S. 473 und bei Slechta, E., op. cit. S. 5.

Der durchschnittlich in der Absatzperiode entstehende Kapitalbedarf ist gleich der halben Höhe des maximalen Kapitalbedarfs

$$(35) \quad \varnothing - \text{Kapitalbedarf} = \frac{x}{2} \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \right)$$

Somit ist der maximale und der durchschnittliche Kapitalbedarf dieser Situation bestimmt worden. Bevor zur Entwicklung der entsprechenden Losgrößenformel übergegangen wird, ist zunächst der Kapitalbedarf der als Fall 2 bezeichneten Kapitalbedarfssituation zu ermitteln. Diese zeichnete sich durch einen zeitpunktgeballten Produktausstoß aus.

Fall c₂: Erfolgt also der Produktausstoß nicht kontinuierlich, sondern geht er auf Grund dessen, daß ein Los „vom Beginn bis zur Beendigung der Bearbeitung als eine geschlossene Einheit von Arbeitsplatz zu Arbeitsplatz wandert“³²⁾, erst nach Beendigung des letzten Arbeitsganges relativ zeitpunktgeballt vor sich, so kann ein Absatz der Produkte dieser Serie während der Dauer der Fertigung der Serie nicht stattfinden. Dürr³³⁾ bezeichnet diese Art der Fertigung als abgeschlossene Erstellungsweise. Graphisch läßt sich die Entwicklung des Kapitalbedarfs im Zeitablauf so darstellen:

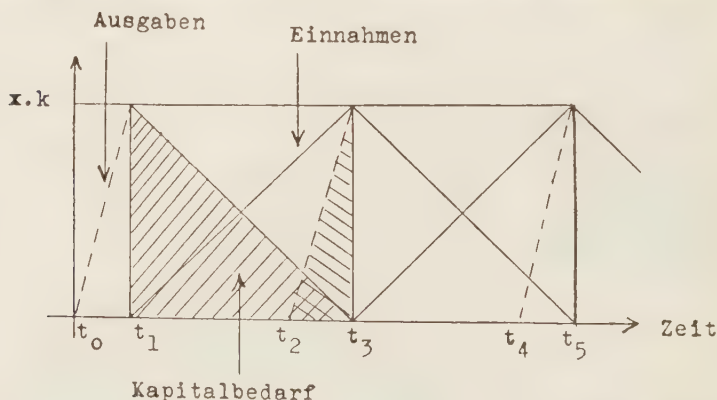


Abb. 10

$$\begin{aligned} t_0 - t_1 &= t_p = \text{Produktionsperiode} \\ t_2 - t_3 &= t_p \\ t_4 - t_3 &= t_a = \text{Absatzperiode} \\ t_3 - t_5 &= t_a \end{aligned}$$

³²⁾ Gutenberg, Erich, op. cit., S. 168

³³⁾ Dürr, Karl, op. cit., S. 6

In diesem Falle ist, das geht aus der Abbildung 10 hervor, der maximale Kapitalbedarf wie bei der traditionellen Formel gleich der Anzahl der Stücke des Loses multipliziert mit den Ausgaben bzw. Kosten je Stück.

$$(36) \quad u_{\max} = k \cdot x$$

Der durchschnittlich in der Absatzperiode entstehende Kapitalbedarf ist auf Grund der Überlappung von Produktions- und Absatzperiode gleich der Summe der beiden in Abbildung 10 durch gegensätzliche Schraffierung gekennzeichneten Dreiecksflächen, bezogen auf die Absatzperiode.

$$(37) \quad \begin{aligned} \varnothing - \text{Kapitalbedarf} &= \left(\frac{t_a \cdot x \cdot k}{2} + \frac{t_p \cdot x \cdot k}{2} \right) \cdot \frac{1}{t_a} \\ &= \frac{x}{2} \cdot k \left(1 + \frac{t_p}{t_a} \right) \end{aligned}$$

da aber $\frac{t_p}{t_a} = \frac{x}{v_p} : \frac{x}{v_a} = \frac{v_a}{v_p}$

darf man Gleichung (37) auch so schreiben:

$$(38) \quad \varnothing - \text{Kapitalbedarf} = \frac{x}{2} \cdot k \left(1 + \frac{v_a}{v_p} \right)$$

Diese Bestimmung des durchschnittlichen Lagerbestandes gilt, wie bereits ausgeführt worden ist, für die sich von t_1 bis t_3 erstreckende sogen. „Überlappungsperiode“ bzw. wenn man eine ganze Reihe von Losen im Auge hat, für die Summe aller sich kontinuierlich aneinanderreihenden Überlappungsperioden. Jedoch — so viel Lose man auch immer auflegt — es bleiben stets zwei überlappungsfreie Perioden bestehen (in Abbildung 10 : $t_0 - t_1$, $t_5 - t_6$), in denen im Durchschnitt nur ein Lagerbestand von $x/2$ gebunden ist. Der in Gleichung (38) angegebene durchschnittliche Lagerbestand ist daher als zu hoch anzusehen. Wird jedoch die Zahl der aufzulegenden Lose sehr groß, dann wird der durch das zu hohe Ansetzen des Lagerbestandes entstehende Fehler unbeachtlich. Im übrigen ist darauf hinzuweisen, daß in der Mehrzahl der Fälle die Losgröße sowieso zu interpolieren sein wird, da die Wahrscheinlichkeit, daß die Anzahl der aufzulegenden Lose nach dem Ergebnis der Gleichung (9a) eine gemischte Zahl ist, größer ist, als daß die Anzahl der aufzulegenden Lose eine ganze Zahl ist. Auch aus diesem Grunde wird der geschilderte Fehler unbeachtlich sein. Eine ins einzelne gehende Berechnung dieses Fehlers findet

sich in einer früheren Arbeit des Verfassers³⁴⁾. Damit ist auch der bei zeitpunktgeballtem Produktausstoß entstehende Kapitalbedarf ermittelt worden.

Vergleicht man die zur Ermittlung des durchschnittlichen Kapitalbedarfs für den Fall c_1 und den Fall c_2 ermittelten Gleichungen (35) und (38) miteinander, so zeigt sich, daß sie sich nur durch das Plus- bzw. Minuszeichen innerhalb des eine Konstante darstellenden Klammerausdrucks voneinander unterscheiden. Es liegt daher nahe, den jeweiligen Klammerausdruck durch einen einzigen Buchstaben zu ersetzen und die Entwicklung der diesen Situationen entsprechenden Losgrößenformeln in einem einzigen Arbeitsgang durchzuführen.

Ersetzt man also zur Erleichterung der Schreibweise in den Gleichungen (35) und (38) den jeweiligen Klammerausdruck durch den Buchstaben c , so gilt für beide Kapitalbedarfssituationen folgende einheitliche Gleichung des durchschnittlichen Kapitalbedarfs:

$$(39) \quad \emptyset - \text{Kapitalbedarf} = \frac{x}{2} \cdot k \cdot c$$

Im folgenden ist nunmehr an Hand der Gleichung (39) die Zinskostengleichung zu bestimmen. Diese ist mit der Herstellungskostengleichung zu einer Gesamtkostengleichung zusammenzufassen, nach der Losgröße x zu differenzieren, gleich null zu setzen und nach x aufzulösen. Der sich für x ergebende Wert ist die gesuchte optimale Losgröße.

Die Zinskosten Z ergeben sich durch Multiplikation des durchschnittlichen Kapitalbedarfs mit dem Zinssatz $p/100$.

$$Z = \frac{x}{2} \cdot k \cdot c \cdot \frac{p}{100}$$

$$k = \frac{E}{x} + s \quad (1)$$

$$(40) \quad Z = \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right) \cdot c \cdot \frac{p}{100}$$

Durch Zusammenziehen der Zinskostengleichung (40) und der Herstellungskostengleichung (2) erhält man die Gesamtkostengleichung. Für den Sinn dieser Operation und der nachfolgenden Rechnungen wird auf das bereits bei der Ableitung der traditionellen Grundformel Gesagte hingewiesen.

³⁴⁾ Schlüter, Hartmann, op. cit. S. 200 f.

$$(41) \quad K + Z = \frac{E \cdot m}{x} + s \cdot m + \frac{x}{2} \left(\frac{E}{x} + s \right) \cdot c \cdot \frac{p}{100}$$

$$(K + Z)' = -\frac{E \cdot m}{x^2} + \frac{c \cdot s \cdot p}{200} = 0$$

$$x^2 = \frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \cdot c}$$

$$(42) \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \cdot c}}$$

Da der Buchstabe c gleich $(1 - \frac{v_a}{v_p})$ bzw. $(1 + \frac{v_a}{v_p})$ war, sind diese beiden Ausdrücke nun in die Gleichung (42) einzusetzen und die Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße lauten:

bei kontinuierlichem Produktausstoß	bei zeitpunktgebaltem Produktausstoß
$(42a) \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$	$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 + \frac{v_a}{v_p}\right)}}$

Die Formeln gelten nur unter den eingangs dieses Unterabschnittes genannten besonderen Bedingungen. Darüber hinaus gelten die Prämissen (5), (6) und (7) der ursprünglichen Formel.

Ein Beispiel diene wiederum der rein zahlenmäßigen Verdeutlichung. Es wird dabei so vorgegangen, daß unter Zerlegung der beiden Formeln in Grundformel und Korrekturfaktor zunächst die oL nach der Grundformel errechnet wird und dann anschließend die Korrekturfaktoren berücksichtigt werden. Es mögen folgende Werte gelten:

Jahresabsatzmenge	=	m	=	20.000 Stück
Auflagekosten	=	E	=	DM 100,—
Zinsfuß p. a.	=	p	=	10 %
Stückkosten	=	s	=	DM 10,—
Absatzgeschwindigkeit	=	v _a	=	20.000 St/Jahr
Produktionsgeschwindigkeit	=	v _p	=	40.000 St/Jahr

Grundformel

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 20000 \cdot 200}{10 \cdot 10}} \approx 2000$$

Korrekturfaktor bei
kontinuierlichem
Produktausstoß

$$\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p}}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{20000}{40000}}} \approx 1,4$$

Korrekturfaktor bei
zeitpunktgebaltem
Produktausstoß

$$\sqrt{\frac{1}{1 + \frac{v_a}{v_p}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{20000}{40000}}} \approx 0,8$$

Unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren von 1,4 und 0,8 ergeben sich die entsprechenden Losgrößen mit

$$\begin{aligned} x &= 2000 \cdot 1,4 = 2800 \\ x &= 2000 \cdot 0,8 = 1600 \end{aligned}$$

Das Ergebnis, das die neu entwickelten Formeln (2800 und 1600 Stück) zeitigen, weicht von dem Ergebnis der ursprünglichen Formel (2000 Stück) nicht unwesentlich ab. Während bei einer Losgröße von 2000 Stück insgesamt 10 Lose zu fertigen sind, braucht man bei einer Losgröße von 2800 Stück nur rund 7 Lose aufzulegen, muß dahingegen allerdings bei einer Losgröße von 1600 Stück die Loszahl auf rund 12 erhöhen.

Mit der Frage, wie man eine endliche Produktionsgeschwindigkeit bei der Bestimmung der optimalen Losgröße berücksichtigen kann, haben sich eine Reihe von Autoren beschäftigt. Zu nennen sind in diesem Zusammenhang (in der zeitlichen Reihenfolge des Erscheinens) die Arbeiten von Christman, Pennington, Narath, Slechta, Dürr und dem Verfasser.³⁵⁾ Sämtliche

³⁵⁾ Christman, J. M., The Most Economical Number of Parts to Make at one Set-up; Machinery, November 1925

Pennington, Simple Formulas for Inventory Control; Manufacturing Industries, 1927

Narath, H., Die Ermittlung des wirtschaftlich günstigsten Lagerbestandes usw....; Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1927

Slechta, Emanuel, Wirtschaftliche Größe serienmäßiger Erzeugung, Genf 1932

Dürr, Karl, Die Bemessung der Auflage in der Serienfabrikation, Bern 1952

Schlüter, Hartmann, Zum Problem der optimalen Losgröße; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung, 1954

Arbeiten gelangen dabei zu dem gleichen Ergebnis. Sie unterscheiden sich lediglich in der Form der Darstellung. Um die vorausgehende Diskussion dieses Formeltyps nach Möglichkeit von den Fluß der Gedanken störenden Zitaten und Erläuterungen frei zu halten, hat der Verfasser die von den einzelnen Autoren entwickelten Formeln in dem zu dieser Arbeit gehörenden Formelanhang zusammengestellt.

**c) bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion
und einem die Stückkosten übersteigenden
Verkaufspreis (Annahmengruppe (d))**

Die zu untersuchende Kapitalbedarfssituation ist gekennzeichnet durch in Höhe des maximalen Kapitalbedarfs zur Investition zur Verfügung stehendes Kapital, durch eine Produktionsgeschwindigkeit, die ebenso wie die Absatzgeschwindigkeit monoton und endlich, dabei aber größer als die Absatzgeschwindigkeit ist, und durch einen die Stückkosten übersteigenden Verkaufspreis. In einer Zeichnung dargestellt sähe die durch diese Bedingungen fixierte Entwicklung des in Produktion und Fertigwarenlager gebundenen Kapitals so aus:

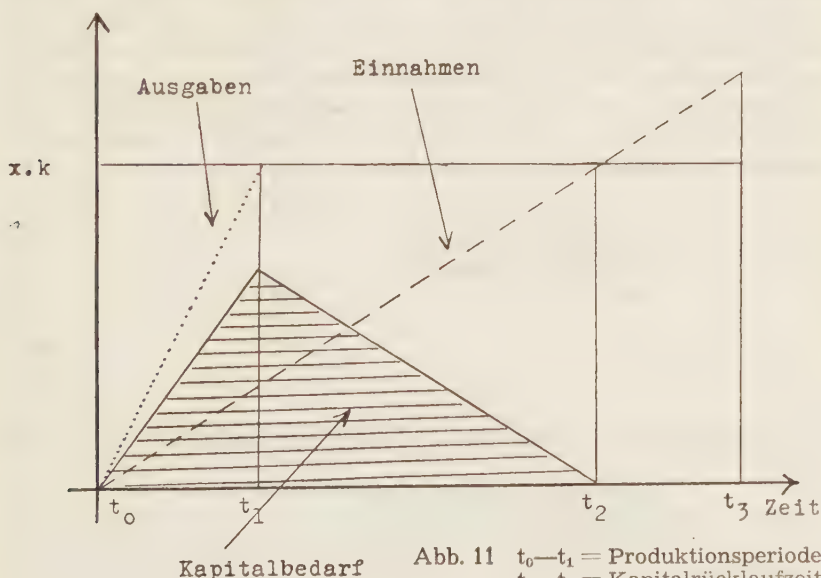


Abb. 11 t_0-t_1 = Produktionsperiode
 t_0-t_2 = Kapitalrücklaufzeit
 t_0-t_3 = Absatzzeit

Es ist die dieser Situation entsprechende Losgrößenformel zu bestimmen. Dazu ist, ohne daß auf die dabei zu verfolgende Methode und deren theoretische Grundlegung noch einmal im einzelnen eingegangen wird, die Bestimmung des maximalen Kapitalbedarfs und des durchschnittlichen Kapitalbedarfs der Absatzperiode erforderlich. Der maximale Kapitalbedarf wird gegeben durch Gleichung (24)

$$u_{\max} = k \cdot x \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right) \quad (24)$$

Im Durchschnitt der sich in Abbildung 11 von t_0 bis t_2 erstreckenden Kapitalrücklaufzeit ist die Hälfte des im Zeitpunkt t_1 maximal gebundenen Kapitals gebunden.

$$(43) \quad \begin{array}{l} \text{durchschnittlicher} \\ \text{Kapitalbedarf in der} \\ \text{Kapitalrücklaufzeit} \end{array} = \frac{x}{2} \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right)$$

Da die Produktion eines neuen Loses erst im Punkte t_3 aufgenommen wird, entsteht zwischen t_2 und t_3 jeweils eine „bindungsfreie“ Zeit, d. h. eine Zeitspanne, in der kein Kapital gebunden ist. Dieser Zeitraum ist gleich der Differenz aus Absatzzeit t_a und Kapitalrücklaufzeit t_r . Will man daher das durchschnittlich in der Kapitalrücklaufzeit gebundene Kapital zur Grundlage der Verzinsung machen, dann muß man es — hierzu zwingt der sich auf einen geschlossenen Zeitraum beziehende Zinsfuß — auf die sich kontinuierlich aneinanderreihenden Absatzzeiten t_a beziehen.

$$(44) \quad \begin{array}{l} \text{in der Kapitalrücklauf-} \\ \text{zeit gebundenes, aber auf} \\ \text{die Absatzzeit bezogenes} \\ \text{Kapital} \end{array} = \frac{x}{2} \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right) \cdot \frac{t_r}{t_a}$$

$$\text{Da} \quad t_a = \frac{x}{v_a} \quad \text{und} \quad t_r = \frac{x \cdot k}{v_a \cdot P} \quad \text{ist} \quad \frac{t_r}{t_a} = \frac{k}{P}$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung (44) ein, dann erhält man

$$(45) \quad \begin{array}{l} \text{in der Kapitalrücklaufzeit} \\ \text{gebundenes, aber auf die} \\ \text{Absatzzeit bezogenes Kapital} \end{array} = \frac{x}{2} \cdot k \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{k} \right) \cdot \frac{k}{P}$$

Gleichung (45) stellt die generelle Formel für die Ermittlung

des durchschnittlichen Kapitalbedarfs bei allen 4 dargestellten Situationen (mit Ausnahme der Situation c_2) dar.

Die Zinskosten Z ergeben sich durch Multiplikation mit dem Zinsfuß $p/100$.

$$(46) \quad Z = \frac{x}{2} \left(\frac{k^2}{P} - \frac{v_a}{v_p} \cdot k \right) \cdot \frac{p}{100}$$

Die Gleichungen (2) und (46) lassen sich nunmehr zu einer Gesamtkostengleichung zusammenziehen. Diese ist nach x zu differenzieren, gleich null zu setzen und nach x aufzulösen.

$$(47) \quad K + Z = \frac{E \cdot m}{x} + s \cdot m + \frac{x}{2} \cdot \frac{p}{100} \left[\left(\frac{E}{x} + s \right)^2 \cdot \frac{1}{P} - \frac{v_a}{v_p} \left(\frac{E}{x} + s \right) \right]$$

$$(K + Z)' = -\frac{E \cdot m}{x^2} + \frac{P}{200 \cdot p} \left[-\frac{E^2}{x^2} + s^2 - \frac{v_a \cdot s \cdot P}{v_p} \right] = 0$$

$$-\frac{E \cdot m}{x^2} - \frac{p \cdot E^2}{200 \cdot P \cdot x^2} + \frac{s^2 \cdot p}{200 \cdot P} - \frac{p \cdot s \cdot v_a}{200 \cdot v_p} = 0$$

$$-E \cdot m \cdot 200 \cdot P - p \cdot E^2 + s^2 \cdot p \cdot x^2 - p \cdot s \cdot \frac{v_a}{v_p} \cdot P \cdot x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{E \cdot m \cdot 200 \cdot P + p \cdot E^2}{s^2 \cdot p - p \cdot s \cdot \frac{v_a}{v_p} \cdot P}$$

$$x^2 = \frac{E \cdot m \cdot 200 \cdot P + p \cdot E^2}{p \cdot s^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{s}}$$

$$(48) \quad x = \sqrt{\left[\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p} \cdot \frac{P}{s} + \frac{E^2}{s^2} \right] \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{s}}}$$

Der ermittelte Ausdruck zur Bestimmung der optimalen Losgröße erscheint kompliziert. Für die Anwendung in den Betrieben ist er zweifelsohne nicht verwendbar. Er läßt sich jedoch in mehrere Teilterglieder zerlegen, die den Zusammenhang mit den vorhergehenden Formeln erkennbar machen. Innerhalb der unter dem Wurzelzeichen stehenden eckigen Klammern ist zunächst die ursprüngliche Formel (Gleichung (9)) zur

Bestimmung der optimalen Losgröße zu erkennen. Der Inhalt der gesamten eckigen Klammer ist gleich der Formel (34), die der Bestimmung der optimalen Losgröße bei zeitloser Produktion und einem die Stückkosten k übersteigenden Verkaufspreis P dient. An Hand des hinter der eckigen Klammer stehenden „Korrekturfaktors“

$$(49) \quad \frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{s}}$$

läßt sich schließlich zeigen, wann das Problem einer Zerlegung der Produktion, oder besser: wann die Frage einer zeitlichen Verteilung der Produktion, so wie sie in der Einleitung zu dieser Arbeit aufgegriffen worden ist, existent ist, und wann nicht. Es kann — und zu dieser Schlußfolgerung berechtigt der Korrekturfaktor ohne weiteres — nur dann akut sein, wenn der Wert dieses Ausdrucks gleich eins oder größer als eins ist. Wann ist jedoch der Korrekturfaktor gleich eins oder größer als eins? Er wird es dann sein, wenn

$$(50) \quad \left(1 - \frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{s}\right) \leq 1$$

oder, und das ist im Prinzip nur eine andere Schreibweise, wenn

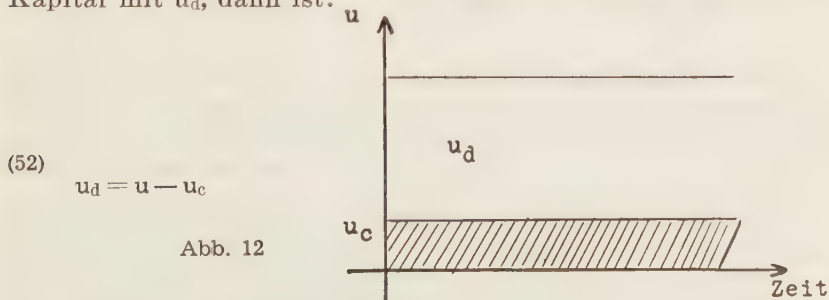
$$(51) \quad 1 > \left(\frac{v_a}{v_p} \cdot \frac{P}{s}\right) \geq 0$$

Das Problem der optimalen Losgröße ist somit nur dann existent, wenn die Produktionsgeschwindigkeit v_p multipliziert mit den proportionalen Kosten je Stück s größer ist als die Absatzgeschwindigkeit v_a multipliziert mit dem Verkaufspreis P je Stück. Die Ausgaben für Produktion müssen also temporär größer als die Einnahmen aus Produktion sein. Bei isolierter Betrachtung des Verhältnisses von v_p zu v_a und von P zu s würde es rein mengenmäßig für die Entstehung eines Lagerbestandes zwar genügen, daß die Produktionsgeschwindigkeit größer als die Absatzgeschwindigkeit ist, hinreichend für die Entstehung eines Kapitalbedarfs wäre diese Bedingung jedoch nicht. Sie wäre vielmehr zu kompletieren durch die Prämisse, daß $P = s$ ist. Nur in einem solchen Falle würde ein Kapitalbedarf entstehen. Wird jedoch $P > s$, dann kann es durchaus sein, daß, obwohl mengenmäßig ein Lagerbestand entsteht, kapitalmäßig gesehen aber eine Bindung nicht oder doch nur in einem geringen Umfang eintritt.

2. Bestimmung der optimalen Losgröße bei ungenügender Kapitalversorgung

Die zu untersuchende Situation ist gekennzeichnet durch nicht in Höhe des maximalen Kapitalbedarfs zur Investition bereit stehendes Kapital. Von den bei der Entwicklung der Grundformel zur Bestimmung der optimalen Losgröße gesetzten Bedingungen wird hier also nur die Prämisse : es stehe Kapital in ausreichender Menge zur Investition zur Verfügung, fallen gelassen. Um die aus dieser Situation sich für die Bestimmung der optimalen Losgröße ergebenden Auswirkungen erkennen zu können, ist es notwendig, das tatsächlich zur Verfügung stehende Kapital demjenigen Kapitalbedarf gegenüberzustellen, den eine Produktion in optimalen Losgrößen bei ihrer in der Zukunft erfolgenden Fertigung insgesamt auslösen würde.

Die Menge des tatsächlich zur Investition in dem Lagerbestand an fertigen Erzeugnissen zur Verfügung stehenden Kapitals wird unter normalen Umständen in Anlehnung an den unter der Bilanzposition „Fertige Erzeugnisse“ ausgewiesenen Kapitalbetrag festgelegt werden können.³⁶⁾ Von diesem insgesamt für die Lagerhaltung an Fertigerzeugnissen zur Verfügung stehenden Betrag sind zunächst die in den relativ unbeweglichen Reserve-Lagerbeständen (cushion-stocks) gebundenen Kapitalbeträge abzuziehen. Bezeichnet man das insgesamt für die Lagerhaltung zur Verfügung stehende Kapital mit u , das für die Reservebestände erforderliche Kapital mit u_c und das sich als Restgröße ergebende disponible („frei disponible“) Kapital mit u_d , dann ist:



³⁶⁾ Kronenberger, Ph., op. cit. S. 447

Der somit festgelegte Betrag an frei disponiblen Kapital reicht nun — wie einleitend dieses Kapitels als Bedingung gesetzt worden ist — nicht für die Auf-Lager-Nahme von „optimalen“ Losen aus. Diese Feststellung bedingt allerdings in sich wieder, daß es möglich ist, exakt zu bestimmen, wie hoch der durch eine Losgrößenproduktion ausgelöste Gesamtkapitalbedarf sein wird. Diese Bestimmung durchzuführen ist einer theoretischen Untersuchung nur unter Setzen von Bedingungen, also nur im Wege einer Modellbetrachtung möglich.

Es wird daher nun zur Bestimmung des Gesamtkapitalbedarfs übergegangen, d. h. desjenigen Kapitalbedarfs, den nicht das einzelne Los, sondern die Gesamtheit der jeweiligen in der Produktion bzw. auf dem Lager befindlichen Lose bzw. Teile von Losen auslöst. Die Losgröße möge dabei für jede Produktart nach Gleichung (9) errechnet sein, d. h. es möge sich um optimale Lose handeln.

Zur Bestimmung des Kapitalbedarfs sind, wie Gleichung (17) vorschreibt, die Einnahmen- und Ausgabenfunktionen zu bestimmen, die der zu untersuchenden Situation entsprechen. Hierzu ist das Setzen von Annahmen über den Verlauf dieser Funktionen notwendig. Es sei daher unterstellt:

- (a) es werden drei verschiedene Produktarten hergestellt,
- (b) die Auf-Lager-Nahme eines Loses erfolgt bei jeder Produktart jeweils dann in voller Höhe, wenn das alte Los abgesetzt worden ist,
- (c) die Kosten (Ausgaben) der hergestellten Produktarten seien trotz deren Verschiedenartigkeit gleich groß; auch die Herstellungszeiten allere Lose seien gleich groß,
- (d) die Einnahmengeschwindigkeit (Absatzgeschwindigkeit mal Kosten je Stück) sei für jede Produktart gleich groß.

Diese Annahmen³⁷⁾ bedingen eine Kapitalsituation, die gekennzeichnet ist durch in gleichmäßigen Abständen erfolgende Investitionsstöße von gleicher Höhe sowie durch einen je Produktart kontinuierlich erfolgenden Einnahmestrom aus dem

³⁷⁾ Die Annahmen vereinfachen den zu untersuchenden Sachverhalt sehr stark. Man kann daher der Ansicht sein, daß sie unreal seien. Dieser Ansicht ist bis zu einem gewissen Grade zuzustimmen. Es geht hier aber nicht darum, die Betrachtung so kompliziert wie möglich, sondern darum, sie so einfach wie möglich zu machen; das Grundlegende wird dann umso klarer hervortreten.

Absatz der erstellten Erzeugnisse. Um die Situation zunächst an einem Beispiel zu demonstrieren, möge gelten, daß die Investition je Los sich auf DM 20,— belaufe, während die Einnahmengeschwindigkeit je Los gleich DM $6\frac{2}{3}$ je Zeiteinheit sei. Die Entwicklung des Kapitalbedarfs läßt sich unter Verwendung der genannten numerischen Werte wie folgt in einer Tabelle darstellen:

Periode	K a p i t a l				
	Bestand zu Anfang der Periode	Freisetzung während der Periode (Einnahmen)	Bestand kurz vor Ende der Periode	Investition am Ende der Periode (Ausgaben)	Bestand am Ende der Periode
	DM	DM	DM	DM	DM
$t_0 - t_1$	20	$6\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{3}$	20	$33\frac{1}{3}$
$t_1 - t_2$	$33\frac{1}{3}$	$13\frac{1}{3}$	20	20	40
$t_2 - t_3$	40	20	20	20	40

Die in dieser Tabelle dargestellten Zahlenreihen sind in mehrfacher Beziehung interessant. Bevor sie besprochen werden, seien sie jedoch noch einmal zeichnerisch dargestellt, da eine solche Zeichnung auch rein optisch zum Verständnis beitragen kann.

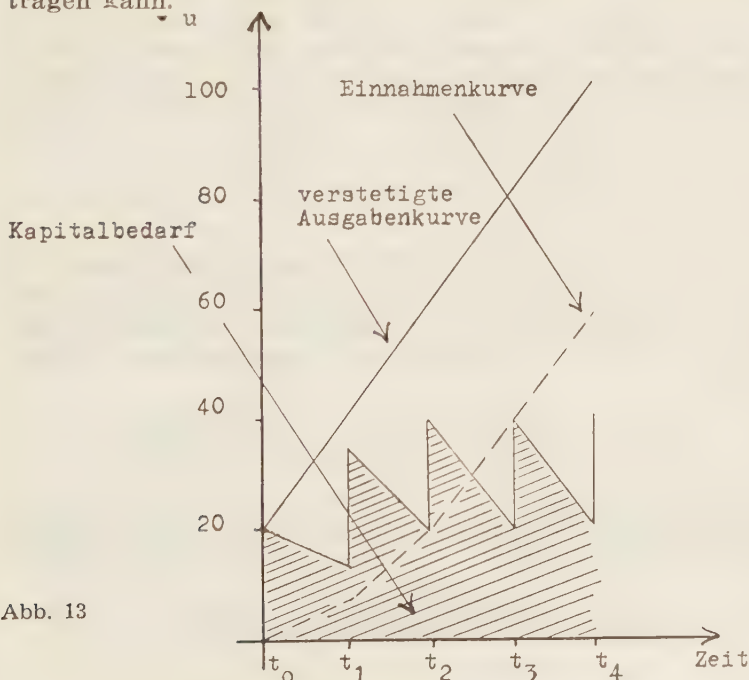


Abb. 13

In dieser Zeichnung, in der die Fläche des Kapitalbedarfs durch Schraffierung kenntlich gemacht worden ist, kommen drei Dinge klar zum Ausdruck:

- (a) das Alternieren des Kapitalbedarfs zwischen zwei Werten (Flackereffekt)
- (b) das Sich-Hochschaukeln des Kapitalbedarfs bis zu einem konstanten Maximalwert bei dem — abgesehen von dem Flackereffekt — ein Gleichgewichtszustand eingetreten ist. Dieser Gleichgewichtszustand tritt unter den hier vorherrschenden Bedingungen dann ein, wenn Ausgabenkurve und Einnahmenkurve parallel verlaufen
- (c) die Beschleunigung (Akzeleration) der gestrichelt gezeichneten Einnahmenkurve in der zweiten und dritten Periode (t_1 bis t_3)

Es ist die obere Grenze des Kapitalbedarfs im Gleichgewichtszustand zu ermitteln. Bezeichnet man die Anzahl der insgesamt angefertigten Produktarten mit n , dann ist die Anzahl der während der Absatzzeit t_a des ersten Loses ($t_0 - t_3$) auf Lager genommenen Lose im vorliegenden Falle gleich $(n + 1)$; bezeichnet man die Ausgaben wiederum mit O und ist das für ein Los maximal zu bindende Kapital nach Gleichung (22) gleich der Losgröße x multipliziert mit den Kosten je Stück k , dann sind bis zum Ende der sich von t_0 bis t_3 erstreckenden Absatzzeit t_a insgesamt Ausgaben in folgender Höhe geleistet worden:

$$53) \quad \sum_{t=t_0}^{t=t_3} O = k \cdot x (n + 1) = 20 \cdot 4 = 80$$

Die im gleichen Zeitraum getätigten Einnahmen, sie seien mit R bezeichnet, stellen wie die Tabelle (Spalte Freisetzung während der Periode) zeigt, eine arithmetische Reihe dar. Die Einnahmen während der Absatzzeit eines Loses belaufen sich somit auf:

$$54) \quad \sum_{t=t_0}^{t=t_3} R = k \cdot x \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} \right) = 20 \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \right) = 40$$

Die obere Grenze des Kapitalbedarfs $u_{\max}$ im Gleichgewichtszustand ergibt sich durch Subtraktion der Einnahmen von den Ausgaben.

$$55) \quad u_{\max} = x \cdot k \left[(n + 1) - \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} \right) \right]$$

$$u_{\max} = x \cdot k \left[\left(n + 1 \right) - \left(\frac{n+1}{2} \right) \right]$$

$$(56) \quad u_{\max} = x \cdot k \left[\frac{n+1}{2} \right]$$

$$(56a) \quad u_{\max} = 20 \left[\frac{4}{2} \right] = 40$$

Die untere Kapitalbedarfsgrenze ($u_{\min}$) des Gleichgewichtszustandes ergibt sich, indem man bei den Ausgaben den am Ende der Periode erfolgenden Investitionsstoß außer Ansatz läßt.

$$u_{\min} = x \cdot k \left[n - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$(57) \quad u_{\min} = x \cdot k \left[\frac{n-1}{2} \right]$$

$$(57a) \quad u_{\min} = 20 \left[\frac{2}{2} \right] = 20$$

Im Gleichgewichtszustand „flackert“ der Kapitalbedarf also zwischen einer oberen und unteren Grenze. Dieser Flackereffekt wird im Verhältnis zum dauernd gebundenen Kapital umso kleiner, je größer n , d. h. je größer die Zahl der herzustellenden Produktarten wird, bzw. je kleiner das einzelne Los wird. Bei Betrieben, die, wie Harrison³⁸⁾ berichtet, 100 oder gar 3000 verschiedene Einzelteile herstellen, dürfte er nach Ansicht des Verfassers praktisch nicht mehr ins Gewicht fallen.

Der Durchschnitt des im Gleichgewichtszustand entstehenden Kapitalbedarfs ist gleich der Hälfte der Summe aus maximalem und minimalem Kapitalbedarf

$$(58) \quad \begin{array}{l} \text{durchschnittlicher} \\ \text{Kapitalbedarf im} \\ \text{Gleichgewichtszustand} \end{array} = x \cdot k \left[\frac{n+1}{2} + \frac{n-1}{2} \right] \cdot \frac{1}{2} = \left[x \cdot k \cdot n \right] \cdot \frac{1}{2}$$

Der durchschnittliche Kapitalbedarf des Gleichgewichtszustandes ist also gleich der Hälfte des Produktes aus maximalem

³⁸⁾ Harrison, Norman T., Ready Determination of Economic Lot Size in Small and Large Companies; NACA Bulletin 1949, S. 729—735

Kapitalbedarf je Los multipliziert mit der Anzahl der insgesamt zu fertigenden Produktarten.

Exkurs

Das soeben beschriebene Modell, an Hand dessen unter stark vereinfachenden Prämissen das Kapital bestimmt worden ist, das maximal für die Vorratshaltung zur Verfügung stehen muß, wenn in optimalen oder überhaupt in Losgrößen produziert werden soll, entspricht dem Modell, das in der Regel zur Erklärung des in der Betriebswirtschaftslehre unter dem Namen Polak-Ruchti-Lohmann Effekt bekannten Phänomens herangezogen wird (siehe hierzu: Schäfer, Erich: Abschreibung und Finanzierung; Hax, Karl: Abschreibung und Finanzierung; Geertman, J. A.: Graphische Darstellungen zur intensiven Finanzierung; alle drei Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1955, S. 137, S. 141 und S. 383). Zwischen dem in dieser Arbeit beschriebenen Modell (Losgrößenmodell) und dem Modell zur Erklärung des Polak-Ruchti-Lohmann Effektes (Anlagenmodell), bei denen es sich in beiden Fällen um Investitionsmodelle handelt, besteht folgender Zusammenhang:

- a) bei beiden Modellen tritt nach einer gewissen Zeitspanne ein Gleichgewichtszustand auf, der beim Anlagenmodell dann eintritt, wenn die Einnahmen aus Produktion je Periode gleich dem Investitionsstoß je Periode sind;
- b) bei beiden Modellen sind die Investitionsmöglichkeiten begrenzt; beim Anlagenmodell sind diese gekoppelt an die Einnahmen aus Abschreibung (man könnte hier von einem „feed-back-mechanism“ sprechen), bei dem Losgrößenmodell an die Produktionsmöglichkeiten; wenn es auch scheint, als erfolgten die Investitionen im letzteren Falle völlig autonom, so kann die Zahl der Lose jedoch nie über die Anzahl der gefertigten Produktarten hinausgehen;
- c) bei beiden Modellen tritt auf Grund der fortlaufenden Investitionen, die als solche die Abschreibungsbasis bzw. den Lagerbestand an fertigen Erzeugnissen erhöhen, temporär eine Akzeleration der Einnahmen aus Abschreibung bzw. Produktion auf; diese Akzelerationserscheinung, die letzten Endes die wesentliche Erklärung für den Polak-Ruchti-Lohmann Effekt darstellt, endet wie unter (a) beschrieben dann, wenn — abgesehen vom Flackereffekt — Gleichlauf von Ausgaben- und Einnahmen-Kurve eintritt. Schäfer (op. cit. S. 140) deutet diese Möglichkeit, den Polak-Ruchti-Lohmann Effekt mit Hilfe einer Akzelerationserscheinung zu erklären, an;
- d) bei beiden Modellen tritt eine Erhöhung der periodisch abgebbaren

Leistungen ein, die sich bei dem Anlagen-Modell in einer Erhöhung der Periodenkapazität und bei dem Losgrößenmodell in einer Erhöhung des Lagerbestandes niederschlägt.

Gilt also nunmehr — und damit kommen wir wieder auf das eigentlich verfolgte Ziel zurück — unter Beibehaltung der soeben aufgezählten Modellbedingungen, daß das frei verfügbare Kapital kleiner ist als der maximal entstehende Gesamtkapitalbedarf, dann ist

$$(59) \quad u_d < u_{\max} = x \cdot k \left[\frac{n+1}{2} \right]$$

Es ergibt sich der Zwang, den unter Zugrundelegung von optimalen Losgrößen errechneten maximalen Gesamtkapitalbedarf so weit herabzusetzen, daß er gleich dem frei disponiblen Kapital wird. Hierfür gibt es im Wesentlichen zwei Möglichkeiten. Einmal kann man die Zahl der zu fertigenden Produktarten n herabsetzen, sich also durch Reduzierung des Produktionsprogrammes an die Menge des zur Verfügung stehenden Kapitals anpassen. Andererseits besteht aber auch die Möglichkeit, die Losgröße x so weit herabzusetzen, bis der maximale Gesamtkapitalbedarf $u_{\max}$ gleich dem disponiblen Kapital u_d wird. Das Kapital stellt also — wie Kronenberger³⁹⁾ bemerkt — ein Limit dar, in das die Losgröße eingeordnet oder eingepaßt werden muß. Erreichbar ist somit nur dasjenige Gesamtkostenminimum, das zu erzielen die realiter zur Verfügung stehende Kapitalmenge erlaubt. Dürr⁴⁰⁾ prägte für eine solcherart bestimmte Losgröße den Begriff „suboptimale“ Losgröße. In Anlehnung an Frenckner⁴¹⁾, der zwar die Anpassung der Losgröße an eine veränderte Absatzlage im Auge hat, dessen Feststellungen aber sinngemäß auch auf den hier behandelten Sachverhalt zutreffen, darf man sagen, daß sich das Optimierungsmodell der optimalen Losgröße unter den vorherrschenden Bedingungen in ein Anpassungsmodell verwandelt hat. Man kann daher auch nicht mehr von einer optimalen Losgröße im Sinne der eingangs dieser Arbeit gegebenen Definition sprechen, sondern nur mehr noch von einer „angepaßten“ Losgröße.

³⁹⁾ Kronenberger, Ph., op. cit., S. 448

⁴⁰⁾ Dürr, Karl, op. cit. S. 9

⁴¹⁾ Frencker, Paulsson T., Betriebswirtschaftslehre und Verfahrensforschung, Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1957, S. 75

Eine dritte Möglichkeit der Anpassung — sie gehört streng theoretisch nicht hierher — wäre die, daß der für die Reserve-Lagerbestände vorgesehene Kapitalbetrag u_c durch Herabsetzung dieser Bestände insoweit vermindert würde, als durch seine Herabsetzung u_d an $u_{\max}$ so weit angeglichen würde, daß doch eine Produktion in optimalen Losgrößen möglich wäre.

Vorhalten mag man dem Verfasser nun, daß er die vorangehenden Deduktionen an Hand eines Modells vorgenommen hat, dessen Bedingungen in der Praxis sicher nicht in dieser Reinheit gegeben sein werden. Ein getreues Abbild der betrieblichen Wirklichkeit zu geben, war jedoch auch gar nicht beabsichtigt. Worauf es dem Verfasser vielmehr ankam, war, die grundlegenden Tendenzen und die sie bewirkenden Faktoren sichtbar zu machen und zu zeigen, daß es für die Lenkung der Produktion nicht genügt, die optimale Losgröße für jede einzelne Produktart nach einer der hierzu entwickelten Formeln zu errechnen, sondern daß darüberhinaus unter dem Gesichtspunkt des Kapitalbedarfs ein Gesamtprogramm zu entwickeln ist. Erst die Aufstellung eines Gesamtprogramms in kapitalmäßiger Sicht kann zeigen, ob eine Produktion in optimalen Losgrößen möglich ist oder nicht.

Zweiter Hauptteil

Technik der numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße in der Praxis

Die zur Bestimmung der optimalen Losgröße entwickelten Formeln werden bei der täglichen Arbeit in den Betrieben als zu umständlich empfunden. Vor allen Dingen bereiten sie den mathematisch nicht genügend vorgebildeten Mitarbeitern Schwierigkeiten. Um diesem Mangel abzuhelpfen, sind Methoden entwickelt worden, die — und das ist zugegeben — zum Teil zwar selbst wieder auf mathematischen Kenntnissen aufbauen, die aber die eigentliche numerische Bestimmungsarbeit soweit vereinfachen, daß diese auch demjenigen möglich ist, dem Umgang mit Formeln nicht tägliches Brot ist.

Die Reihe der unter dieser Zielsetzung in der Praxis entwickelten Bestimmungsmethoden reicht dabei von den Faustregeln zur überschläglichen Festlegung minimaler und maximaler Losgrößen (rule of thumb method) über rein numerische Vergleichsrechnungen (tabular method) bis zu den graphischen Lösungsmöglichkeiten (graphical solutions), die ihrerseits ihre höchste Entwicklung in einem eigens zu diesem Zweck konstruierten Losgrößen-Rechenschieber und in einem speziellen „Mechanical Computer“ mit drehbaren Skalen gefunden haben. Diese Methoden werden, da ein Teil von ihnen im deutschsprachigen Raum verhältnismäßig unbekannt ist, im nachfolgenden teils eingehender teils weniger eingehend besprochen.

Die Praxis steht der Verwendung von Formeln mit Skepsis gegenüber. Es erscheint daher angebracht, einen Hinweis darauf zu geben, bei welchen Firmen — jedenfalls mit großer Wahrscheinlichkeit — die einzelnen Bestimmungsmethoden angewendet werden bzw. angewendet worden sind; zu diesem Zwecke wird in diesem Teil der Arbeit jeweils in einer Fußnote der Beruf der Autoren angegeben und die Firma genannt, in der der jeweilige Autor im Zeitpunkt der Veröffentlichung seiner Arbeit tätig war. Diese Angaben zu machen ist nur bei Autoren aus dem angelsächsischen Sprachraum möglich.

I. Faustregeln zur überschläglichen Bestimmung minimaler und maximaler Losgrößen (rule of thumb method)

Bei den Faustregeln zur überschläglichen Bestimmung minimaler und maximaler Losgrößen (rule of thumb method) handelt es sich um die Zusammenfassung einiger grundsätzlicher Überlegungen, die man dann anstellen kann, wenn man ohne die Heranziehung von Formeln überschläglich die Höhe eines Loses bestimmen will. Als Kriterien, an denen sich diese Überlegungen ausrichten sollen, werden von Creek⁴²⁾, von dem im übrigen auch der Ausdruck „rule of thumb method“ geprägt worden ist, alle diejenigen Größen herangezogen, die auch in den Formeln Berücksichtigung gefunden haben. Um welche Überlegungen handelt es sich nun? Ganz allgemein, so führt Creek aus, gelte in den meisten Fällen, daß ein Los

1. kleiner gewählt werden solle, wenn die Materialkosten hoch oder die Bearbeitungszeit je Stück lang sei,
2. ein Los aber größer gewählt werden müsse, wenn die Einrichtezeit lang oder die Bearbeitungszeit je Stück kurz sei.

Diese an und für sich sehr relativen Feststellungen Creek's sind so aufzufassen, daß ein Los bei hohen proportionalen Stückkosten vergleichsweise klein und bei hohen Einrichtekosten oder geringen proportionalen Stückkosten vergleichsweise groß gewählt werden solle. Die Richtigkeit der Feststellungen Creek's läßt sich an der traditionellen Formel beweisen. Diese lautet

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}}$$

Steigen nun bei Konstanthalten aller übrigen Größen die proportionalen Stückkosten s , dann wird die Losgröße x kleiner. Steigen dahingegen bei sonst konstanten Größen die Einrichte-

⁴²⁾ Creek, N. N., Planning Production Runs for Maximum Profit, Manufacturing and Management, Melbourne, 15th August 1952; S. 58—63; 1952: Assistant Works Manager of Geelong Works International Harvester Co. of Australia Pty. Ltd.

kosten E oder fallen die proportionalen Stückkosten s , dann wird die aufzulegende Menge x größer.

Es sei aber, so bemerkt Creek weiter, mehr üblich, Minimum- und Maximum-Mengen festzulegen, als eine feste Losgröße zu fixieren. Für die Festlegung von Minimal- und Maximal-Mengen würden dabei üblicherweise folgende Faustregeln herangezogen:

1. Minimale Losgröße = Anzahl der Stücke, die
 - a) entweder in der achtfachen Einrichtezeit produziert werden können oder
 - b) einem Bedarf von einer Woche entsprechen.
2. Maximale Losgröße = Anzahl der Stücke, die einem Bedarf von einem bis zwei Monaten entsprechen.

Creek begründet diese Faustregeln im einzelnen nicht. Lediglich zu der maximalen Losgröße bemerkt er, daß es als „not good practice“ angesehen werde, einen Lagerbestand an fertigen Erzeugnissen zu unterhalten, der über den Bedarf von ein bis zwei Monaten hinausgehe. Hierzu zwingen die mit der Lagerhaltung verbundenen Zins- und Lagerkosten (carrying charges).

Dahinden⁴³⁾ dahingegen ist der Ansicht, daß die Seriengröße auf Grund des administrativen Aufwandes mindestens einem Zweimonatsbedarf entsprechen müsse, während sie wegen der Gefahr der Verwaltung höchstens einen Bedarf von 18 Monaten umfassen solle. Dahinden steckt somit die Grenzen für die überschlägliche Bemessung der Losgröße erheblich weiter als Creek.

Abschließend ist darauf hinzuweisen, daß sowohl die von Creek als auch die von Dahinden für minimale und maximale Losgrößen aufgestellten Grenzen nach Ansicht des Verfassers nur aus den speziellen Verhältnissen bestimmter Betriebe erklärt werden können. Allgemeingültigkeit können daher die von diesen Autoren genannten Extremal-Mengen nicht beanspruchen.

⁴³⁾ Dahinden, Walter, Lagerbewirtschaftung (dargestellt am Beispiel einer Fabrik für elektrische Apparate); Industrielle Organisation 1954, S. 327; 1954: Terminchef c/o Carl Maier & Cie., Schaffhausen

II. Numerische Vergleichsrechnung zur Bestimmung der optimalen Losgröße (tabular method)

Es ist möglich, die optimale Losgröße auf rein numerischem Wege zu bestimmen. Hierzu sind die einzelnen Kostengruppen in ihrer Abhängigkeit von der Anzahl der aufgelegten Stücke in Tabellenform einander gegenüberzustellen. Die in einer Endspalte aufaddierten Gesamtkosten zeigen dann das bekannte Bild: sie fallen bei von eins auf x steigender Stückauflage, um bei sich weiter erhöhenden Stückzahlen ebenfalls zu steigen. Die optimale Losgröße liegt dann bei der Stückzahl mit den niedrigsten Gesamtkosten, d. h. sie wird letzten Endes durch Vergleich der für die einzelnen Stückzahlen relevanten Gesamtkosten bestimmt. Hannon¹⁴⁾ nennt das die „tabular method for determining economic lot size“.

Eine spezielle numerische Tabelle zur Bestimmung der optimalen Losgröße ist von Harrison¹⁵⁾ in der Form der von ihm so genannten Losgrößenkontrollkarte (lot size control card) in der Praxis entwickelt und erprobt worden. Diese Methode zu beschreiben wird im folgenden unternommen. Zu bemerken ist, daß die Veröffentlichung von Harrison rd. sieben Jahre vor der Veröffentlichung der Hannon'schen Arbeit liegt.

Harrison berichtet, daß man nach einer sorgfältigen Kostenuntersuchung in einem Betriebe, der rund 100 verschiedene Einzelteile herstellt, für jedes Erzeugnis eine Losgrößenkontrollkarte eingerichtet habe, „which indicated at a glance the economic lot size for the particular part to be ordered“¹⁶⁾. In seinem Aufsatz findet sich als Beispiel die nachfolgend wiedergegebene Kontrollkarte.

¹⁴⁾ Hannon, W. W., Economic-Lot-Size Determination, in Maynard, H. B. Industrial Engineering Handbook, New York 1956, S. 8.—181; 1956: The Trundle Engineering Company, Cleveland 14, Ohio.

¹⁵⁾ Harrison, Norman T., Ready Determination of Economic Lot Size in Small and Large Companies; N. A. C. A. Bulletin 1949, S. 729—735; 1949: Senior Accountant, Patterson, Teele & Dennis, Boston, Mass.

¹⁶⁾ Harrison, Norman T., op. cit., S. 732

Lot-Size Control Card					
Part Number 849	Description gear		Date 10 / 27 / 48		
Standard Cost Per Piece \$ 50	Set-up Time Per Order 10 Hours		Processing Time Per Piece 1 Hours		
Annual Requirements 100	Labor Rate Per Hour \$ 1,50				
Number of Orders Per Year	1	2	4	5	10
Number of Pieces Per Order	100	50	25	20	10
Yearly Cost Varying With Lot Size:					
Labor – Set-up	\$ 15	\$ 30	\$ 60	\$ 75	\$ 150
Writing Order and Shop Handling	5	10	20	25	50
Carrying Cost, Obsolescence Interest on Capital, Etc.	250	125	62,50	50	25
Total Yearly Costs Varying With Lot Size	270	165	142,50	150	225
* Computed at 10% of average inventory value – – 100 pieces x \$ 50 cost equals \$5,000 – – Yearly average \$2,500 – – 10% equals \$250.					

Exhibit 1

Die Kontrollkarte, die für jeden Artikel gesondert angefertigt werden muß, enthält in den drei Kopfspalten die notwendigen allgemeinen Angaben. In den darunter befindlichen sieben Querzeilen werden die Kosten errechnet, die bei einer Loszahl von 1, 2, 4, 5 und 10 Losen entstehen würden. Wie diese Kosten dabei im einzelnen errechnet werden, ist aus der Karte zu ersehen. Die niedrigsten Gesamtkosten (Total Yearly Costs Varying with Lot Size) liegen bei US\$ 142,50. Die Kontrollkarte zeigt also in der Tat auf den ersten Blick, daß die optimale Losgröße bei einer Loszahl von 4 und einer Losgröße von 25 Stück liegt.

Zu einem beinahe gleichen Resultat gelangt man, wenn man zur Überprüfung des Ergebnisses der Tabelle die optimale Losgröße unter Zugrundelegung der aus der Kontrollkarte zu entnehmenden Ausgangszahlen mit Hilfe der Formel (9) errechnet. Aus der Kontrollkarte ist zu entnehmen, daß

E	=	Auflagekosten = (set-up time per order) mal (labor rate per hour) = 10 h · \$ 1,50	=	\$ 15,—
		+ writing order and shop handling	=	\$ 5,—
				\$ 20,—
m	=	Jahresabsatzmenge = annual requirements	=	100 Stück
p	=	Zinssatz p. a. = carrying cost, obsolescence, interest on capital etc.	=	10 % p. a.
s	=	proportionale Kosten je Stück = standard cost per piece	=	\$ 50,—

Es ist somit:

$$(9) \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{p \cdot s}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 100 \cdot 200}{10 \cdot 50}} = 28,3 \approx 28$$

Die Formel kommt somit zu einem beinahe gleichen Ergebnis wie die Kontrollkarte. Sie bestimmt, daß die optimale Losgröße unter den gegebenen Voraussetzungen bei einer Stückzahl von 28 liegt. Die bezeichnende Abweichung gegenüber dem Ergebnis der Kontrollkarte findet ihren Grund darin, daß auf dieser nicht sämtlich-mögliche Kombinationen durchgerechnet worden sind. Zu erwähnen ist dabei, daß, wenn man die „Total Yearly Costs Varying with Lot Size“ für drei Lose zu je 33 Stück errechnet, diese Kosten ebenfalls bei \$142,50 liegen. Die „richtige“ optimale Losgröße muß also, wie das Ergebnis der Formelrechnung zeigt, zwischen einer Stückzahl von 33 und 25 liegen.

Seine Erfahrungen in der Verwendung von Losgrößenkontrollkarten faßt Harrison dahingehend zusammen, daß diese Methode nicht zu schwer zu handhaben („not too cumbersome“) sei für einen Betrieb, der einige Hundert einzelne Erzeugnisse herstelle. Ihre Einführung verursache keine, und wenn überhaupt, dann nur eine sehr geringe Unterbrechung des normalen Geschäftsganges und resultiere „in a gratifying reduction in manufacturing costs over the period of time during which it has been in operation“.

III. Graphische Bestimmungsmethoden (graphical solutions)

Es gibt auch eine Reihe von graphischen Methoden zur bequemen numerischen Bestimmung der optimalen Losgröße. Diese Methoden machen von der Möglichkeit Gebrauch, die Losgrößenformel (Gleichung (9)) zeichnerisch darzustellen. Sie stellen damit, wie Creek⁴⁷⁾ bemerkt, „a refinement of the formulae method“ dar. Die Skala dieser Methoden reicht dabei von der Verwendung einfacher Kurvenblätter über die Parallelscharen- und Fluchtlinien-Tafel-Darstellung bis zur Anwendung von Spezial-Rechenschieber und „Mechanical-Cumputer“.

1. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer einfachen Kurventafel

Die nachfolgend beschriebene Methode, die optimale Losgröße auf zeichnerischem Wege mit Hilfe einer einfachen Kurventafel zu bestimmen, ist von Schütz dargestellt worden. Zu bemerken ist, daß es sich bei der Bezeichnung „einfache“ Kurventafel um eine relativ willkürliche Namensgebung des Verfassers handelt, die dieser aber für notwendig erachtet, um diese Bestimmungsmethode auch rein namensmäßig gegenüber den anderen Methoden abgrenzen zu können.

Schütz⁴⁸⁾ spaltet, um die optimale Losgröße zeichnerisch bestimmen zu können, die für die Bestimmung der optimalen Losgröße entwickelte ursprüngliche Formel in zwei Teilfunktionen auf. Er sagt das zwar nicht ausdrücklich; es ist aber aus seinen Ausführungen zu entnehmen; er bemerkt nämlich⁴⁸⁾: „Die Einrichtekosten bilden Hyperbeln, die Stückkosten Gerade, die durch den Nullpunkt gehen. Im Schnittpunkt liegt für jeden Fall die optimale Losziffer; sie ist auf der Abszissenachse abzulesen.“

Im einzelnen ist das Kurvenblatt also wie folgt anzufertigen. Die Formel zur Bestimmung der optimalen Losgröße lautet:

⁴⁷⁾ Creek, N. N., op. cit., S. 59

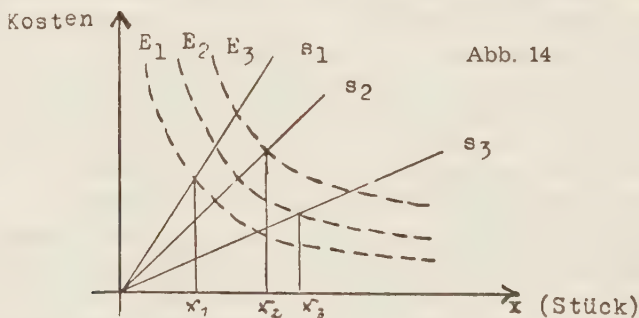
⁴⁸⁾ Schütz, Werner von, Organische Betriebsgestaltung, Essen 1953, S. 24

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}} \quad (9)$$

Zur Aufspaltung in zwei von x abhängige Teilfunktionen ist die Formel zu quadrieren und nach $E \cdot x$ aufzulösen

$$\frac{E}{x} = \frac{s \cdot p}{200 \cdot m} \cdot x \quad 49) \quad 50)$$

Der auf der linken Seite der Gleichung stehende Ausdruck stellt die Hyperbel der Auflagekosten dar. Der auf der rechten Seite stehende Ausdruck repräsentiert eine durch den Nullpunkt des Koordinatensystems verlaufende Gerade. Der Abszissenwert des Schnittpunktes beider Kurven stellt die gesuchte optimale Losgröße dar. Sieht man nun in diesen beiden Funktionen die Auflagekosten E und die proportionalen Stückkosten s als Parameter an, dann erhält man je eine Kurvenschar. Zeichnung 14 diene der Verdeutlichung des Gesagten.



⁴⁹⁾ Vgl. hierzu Norton, Paul T. jr., *Economic Lot Sizes in Manufacturing*; Mechanical Engineering 1933, S. 608: „This relationship is useful in cases where it is desired to solve a problem of this sort by cut-and-try or graphical methods“; 1933: Professor of Industrial Engineering, Virginia Polytechnic Institute, Blackburg, Va.

⁵⁰⁾ Aus dieser Aufspaltung der Losgrößenformel in zwei Teilfunktionen scheint auch die öfter anzutreffende Meinung herzurühren, daß die optimale Losgröße bei dem Abszissenwert liege, wo die Kurve der Auflagekosten die Zinskostenkurve schneide. Diese Auffassung ist nicht richtig. Die optimale Losgröße liegt vielmehr, hierauf weisen auch Gutenberg und Margoninsky hin, dort, wo die Steigung der Kurve der Auflagekosten gleich der Steigung der Zinskostenkurve ist. Die vorstehend durchgeführte Aufspaltung der Funktionen folgt lediglich zeichnerischen Zweckgründen.

Der Nachteil dieser Methode liegt darin, daß jedes Kurvenblatt nur für eine bestimmte jährliche Absatzmenge m und einen bestimmten Zinssatz p gilt. Es müßten also unter Umständen eine ganze Menge solcher Kurvenblätter angefertigt werden. Hinzukommt, daß eine Hyperbel in Vergleich zu einer Geraden eine ziemlich schwierig zu zeichnende Kurve darstellt.

2. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer Parallelscharentafel

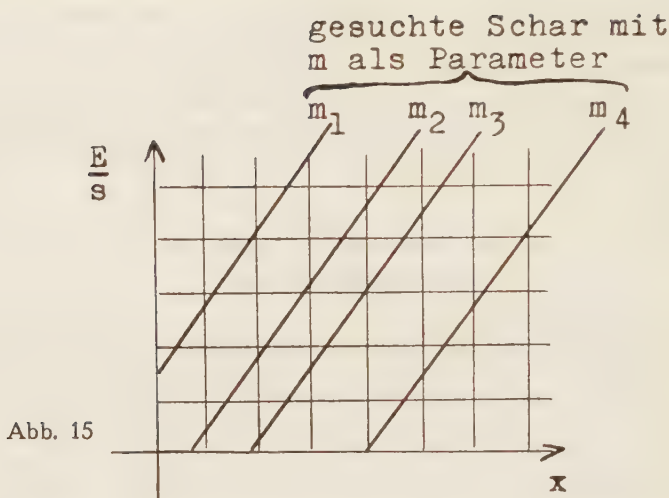
Die Idee, die optimale Losgröße mit Hilfe einer Parallelscharentafel zu bestimmen, ist von Langner⁵¹⁾ entwickelt worden. Der Verfasser sieht die Langner'sche Methode als die beste an, weil sie zum einen bei gleicher Ablesegenauigkeit die am einfachsten zu erstellende Tafel ist, zum anderen aber auch deshalb, weil es Langner durch einen Kunstgriff gelingt, von den vier in der darzustellenden Formel vorhandenen unabhängigen Variablen (Parametern) drei als veränderliche Größen in die Darstellung eingehen zu lassen.

Will man die Langner'sche Methode darstellen, so ist zunächst zu erläutern, um was es sich bei einer Parallelscharentafel handelt. Als Parallelscharentafel⁵²⁾ bezeichnet man die graphische Darstellung einer Funktion mit drei Veränderlichen, in der diese drei Veränderlichen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem durch je eine parallele Geradenschar repräsentiert werden. Nomographisch werden die Beziehungen zwischen diesen drei Veränderlichen also dadurch gekennzeichnet, daß sich in einem Punkte der Ebene drei Gerade, und zwar je eine aus einer unendlichen Geradenschar, schneiden sollen.

Zwei der parallelen Geradenscharen werden dabei, wie aus Abbildung 15 hervorgeht, von Parallelen zu Abszisse und Ordinate gebildet, während die dritte (gesuchte) Schar nicht parallel zu einer der beiden Achsen des Systems verläuft.

⁵¹⁾ Langner, Siegfried, *Economic Lot Sizes, Factory Management Maintenance* 1953, S. 123; 1953: *Plant Manager*, Lanston Monotype Machine Company, Philadelphia.

⁵²⁾ Es sei angemerkt, daß die Darlegungen über die mathematischen Grundlagen einer Parallelscharentafel teilweise in enger Anlehnung an Athen, Hermann, a.a.O., erfolgen.



Es ist nunmehr zur praktischen Bestimmung des Nomogramms überzugehen. Die darzustellende Funktion lautet:

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}} \quad (9)$$

Zunächst sind die drei Variablen zu wählen. Hierzu werden die Größen x , E/s und m bestimmt. Der Zinssatz p sei eine Konstante. Die Ordinate möge, wie in Abb. 15 bereits vorweggenommen, die Bezeichnung E/s und die Abszisse die Bezeichnung x tragen. Die Funktion ist somit nach E/s aufzulösen

$$\frac{E}{s} = \frac{p}{200} \cdot \frac{1}{m} \cdot x^2$$

Diese Gleichung stellt graphisch eine Schar von Parabeln mit dem Parameter m dar. Da eine Parabel auf doppelt-logarithmischem Papier die Form einer Geraden annimmt, denn

$$\log \frac{E}{s} = 2 \cdot \log x + \log \frac{p}{200 \cdot m}$$

stellt die vorhergehende Gleichung auf doppelt-logarithmischem Papier die gesuchte parallele Geradenschar dar. Zur Zeichnung des Nomogramms ist somit doppelt-logarithmisches Papier zu verwenden.

Zur Abbildung der gesuchten Geradenschar genügen für jede Gerade die beiden Punkte P_1 und P_2 . P_1 liege dort, wo die gesuchte Gerade die Abszisse schneidet. P_2 liege dort, wo die gesuchte Gerade eine Parallele zur Abszisse schneidet, deren Abstand von der Abszisse das 100fache des für die Abszisse gültigen E/s -Wertes betrage. Die Koordinaten der beiden Punkte lauten also:

$$P_1 \left[\left(\frac{E}{s} \right)_1 ; x_1 \right]$$

$$P_2 \left[100 \cdot \left(\frac{E}{s} \right)_1 ; x_2 \right]$$

Setzt man diese Koordinaten in die Grundlösung (Gleichung (9)) ein:

$$x_1 = \sqrt{\left(\frac{E}{s} \right)_1 \cdot \frac{m_1 \cdot 200}{p}}$$

$$x_2 = \sqrt{100 \left(\frac{E}{s} \right)_1 \cdot \frac{m_1 \cdot 200}{p}} = 10 \sqrt{\left(\frac{E}{s} \right)_1 \cdot \frac{m_1 \cdot 200}{p}}$$

so erhält, daß

$$x_2 = 10 \cdot x_1$$

Rechnet man nun für de Absatzmenge m_1 bei konstantem Zinsfuß p anhand der Gleichung (9) die Losgröße x_1 aus, so ist damit der erste zur Zeichnung der Geraden benötigte Punkt bestimmt worden. Man trage ihn auf der Abszisse auf (vgl. Abb. 16).

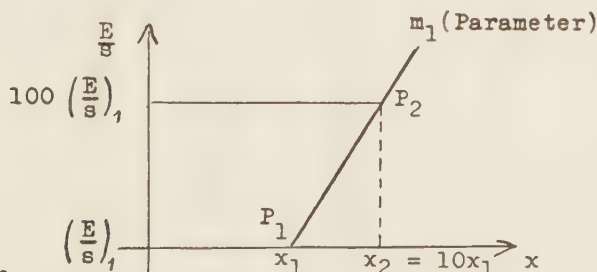


Abb. 16

Zur Ermittlung der x-Koordinate von P_2 ist der x_1 -Wert mit 10 zu multiplizieren. Dieser Wert ist auf die obere Randleiste zu projizieren. Die Verbindung zwischen den beiden Punkten stellt die gesuchte Gerade dar (vgl. Abb. 16). Für jede gewünschte Absatzmenge von m_1 bis m_n ist eine gesonderte Gerade zu zeichnen. Die Geraden laufen parallel. Zu beachten ist, daß das Nomogramm nur für einen bestimmten Zinssatz p gilt. Für jeden Zinssatz ist ein gesondertes Nomogramm, d. h. eine gesonderte Tafel zu erstellen. Im nachfolgenden hat der Verfasser ein Nomogramm für den Zinssatz $p = 10\%$ aufgestellt. Es enthält die Geraden für Jahresabsatzmengen von 100, 200, 300, 400, 1000, 2000, 9000 und 10000 Stück. Die praktische Errechnung der benötigten Punkte ist denkbar einfach. Es gilt:

$$x_1^2 = \left(\frac{E}{s}\right)_1 \cdot \frac{m \cdot 200}{p}$$

Für alle Geraden ist in dieser Gleichung bei Darstellung auf logarithmischem Papier $(E/s)_1 = 0,1$ und $p = 10$. Es ist somit

$$x_1^2 = \frac{0,1 \cdot m \cdot 200}{10} = 2m$$

Zur Anfertigung des Nomogramms ist eine Werttabelle aufzustellen. Aus ihr geht gleichzeitig hervor, daß die Rechenarbeit sich im wesentlichen auf ein einfaches Wurzelziehen beschränkt, das mit Hilfe von Tafeln sehr einfach vorgenommen werden kann.

m	P_1			P_2	
	$(E/s)_2$	$x_1^2 = 2m$	x_1	$(E/s)_1$	$x_2 = 10 x_1$
100	0,1	200	14,1	10	141
200	0,1	400	20,1	10	200
300	0,1	600	24,5	10	245
400	0,1	800	28,3	10	283
1000	0,1	2000	44,7	10	447
2000	0,1	4000	63,2	10	632
9000	0,1	18000	134,0	10	1340
10000	0,1	20000	141,0	10	1410

Die für P_1 und P_2 gefundenen Koordinaten sind nun auf doppelt-logarithmisches Papier aufzutragen und durch gerade Linien zu verbinden.

Absatzmengen für die die einzelnen Geraden gültig sind¹⁾

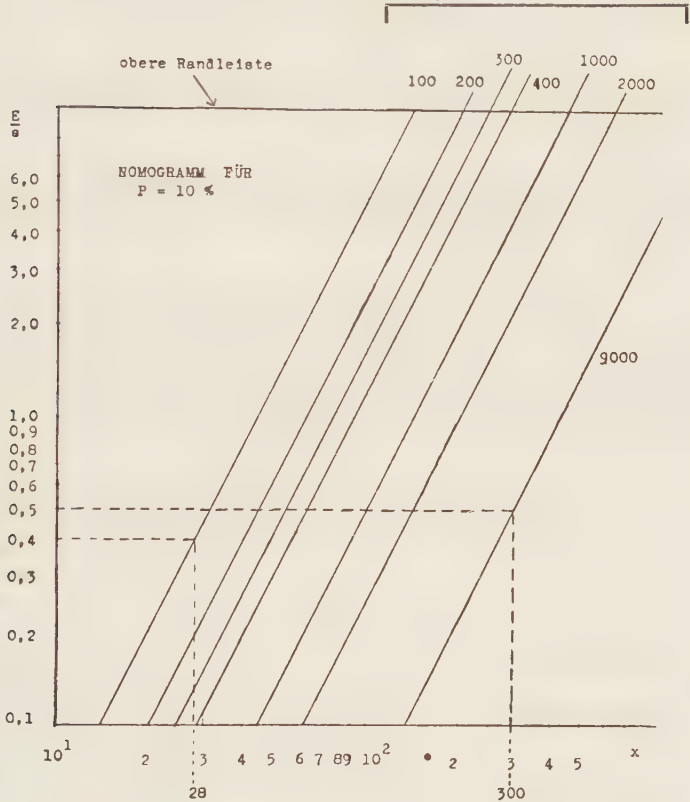


Abb. 17

Für die Benutzung eines solchen Nomogramms hat Langner⁵³⁾ folgende Anweisung gegeben:

1. Man wähle das Nomogramm, das für den Zinssatz aufgestellt worden ist, der für den betreffenden Artikel in Frage kommt.
2. Man dividiere die Auflagekosten E durch die Stückkosten s und suche auf der Ordinate den entsprechenden E/s-Index.
3. Man suche den Schnittpunkt der von dem E/s-Wert ausgehenden Horizontalen mit der Geraden für die Absatzmenge m.
4. Von dem Schnittpunkt gehe man senkrecht auf die Abszisse herunter. Dort ist der numerische Wert für die optimale Losgröße abzulesen.

Zur Verdeutlichung dieser Benutzungsanweisung und der Handhabung des Nomogramms enthält das in dieser Arbeit vom Verfasser aufgestellte Nomogramm in gestrichelten Linien zwei Beispiele. Die Zahlen zu diesen Beispielen sind bei Harrison⁵⁴⁾ und Hannon⁵⁵⁾ entnommen.

				Harrison'sche Beispielzahlen	Hannon'sche Beispielzahlen
Zinssatz (in %)	=	p	=	10	10
Absatzmenge (in Stück)	=	m	=	100	9000
Auflagekosten (in \$)	=	E	=	20,—	10,—
Proportionale Stückkosten (in \$)	=	s	=	50,—	20,—

⁵³⁾ Langner, Siegfried: op. cit., S. 123

⁵⁴⁾ Harrison, Norman T.: op. cit. S. 732 (es handelt sich um die Zahlen aus dem in einem vorhergehenden Kapitel dieser Arbeit besprochenen Losgrößen-Kontrollkartenbeispiel)

⁵⁵⁾ Hannon, W. W.: op. cit. S. 8—181 ff.

Um die Richtigkeit des Nomogramms zu kontrollieren und die abzulesenden Ergebnisse zu verifizieren, wird die Errechnung der optimalen Losgröße für diese beiden Beispiele auch noch einmal anhand der Gleichung (9) vorgenommen.

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}} \quad (9)$$

$$x = \sqrt{\frac{20 \cdot 100 \cdot 200}{50 \cdot 10}} \approx 28 \quad x = \sqrt{\frac{10 \cdot 9000 \cdot 200}{20 \cdot 10}} \approx 300$$

Die auf dem Nomogramm abzulesenden Ergebnisse stimmen mit dem Ergebnis der Kontrollrechnung überein.

3. Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer Fluchtlinientafel

Schütz⁵⁶⁾, Hannon⁵⁷⁾ und Galloway⁵⁸⁾ berichten über die Möglichkeit, die Bestimmung der optimalen Losgröße mit Hilfe einer Fluchtlinientafel durchzuführen. Bei einer Fluchtlinientafel⁵⁹⁾ handelt es sich dabei um ein Nomogramm, in dem eine Funktion mit drei Veränderlichen in Form von drei Leitern und einer geradlinigen Ablesegeraden (auch Fluchtgerade genannt) dargestellt werden kann. Im Prinzip sieht eine Fluchtlinientafel so aus:

⁵⁶⁾ Schütz, Werner von, Organische Betriebsgestaltung, Essen 1953, S. 25

⁵⁷⁾ Hannon, W. W., How one Company Determines Economic Lot Sizes, Factory Management Maintenance 1948, S. 71—73; 1948: Supervisor, Production and Inventory Control, Osborn Manufacturing Company, Cleveland
 ders., Economic-Lot-Size Determination; in: Maynard, H. B., Industrial Engineering Handbook, New York 1956, S. 8—182

⁵⁸⁾ Galloway, Robert, Faster Way to Figure Economic Lot Sizes, Factory Management Maintenance 1953, S. 145; 1953: Wallace Clark & Co., Inc. New York

⁵⁹⁾ Zwischen einer Fluchtlinientafel und der im vorhergehenden Abschnitt besprochenen Parallelscharentafel besteht eine Dualität in der Weise, daß eine Funktion mit drei Veränderlichen, die sich in einer Parallelscharentafel darstellen läßt, auch ohne weiteres in einer Fluchtlinientafel mit drei geradlinigen Leitern dargestellt werden kann.

Vgl. hierzu Athen, Hermann, Nomographie, Heft 6 der Schriftenreihe zur Mathematik, Frankfurt a. M., 1956, S. 22, S. 35 ff. und S. 52 ff.

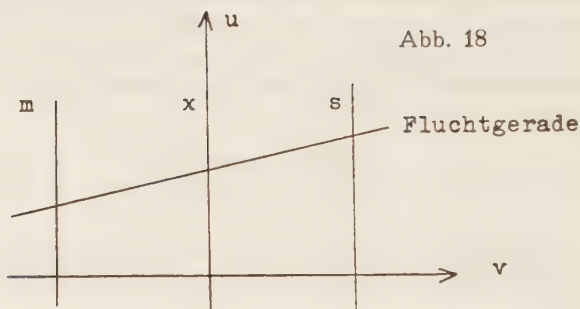


Abb. 18

Die darzustellende Funktion lautet $x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}}$

Da sich nur eine Funktion von der allgemeinen Form

$$g_1(m) + g_2(x) + g_3(s) = 0$$

in einer Fluchtlinientafel darstellen läßt, ist die darzustellende Funktion auf diese vorgeschriebene Form zu bringen. Das erreicht man durch Logarithmieren und gleichzeitiges Konstantsetzen der drei unabhängigen Variablen. Daran anschließend sind die einzelnen Leiterfunktionen unter Beachtung des Abstandes, den die Leitern voneinander haben sollen zu bestimmen und die Leitern entsprechend zu verziffern. Auf diese Rechenvorgänge wird jedoch, da im vorangegangenen Abschnitt so ausführlich auf die Erstellung einer Parallelscharentafel eingegangen worden ist, hier im einzelnen nicht eingegangen. Die gesuchte optimale Losgröße liegt dann dort, wo die Ablesegerade, die die Verbindung zwischen einer beliebigen Absatzmenge m und den in Frage stehenden proportionalen Stückkosten s darstellt, die x -Achse schneidet. Der Nachteil einer Fluchtlinientafel, von deren Verwendung in der Praxis Hannon berichtet, liegt nach der Ansicht des Verfassers jedoch darin, daß sie, jedenfalls im Vergleich zu der Parallelscharentafel, relativ schwierig in der Aufstellung ist. Galloway⁶⁰⁾ meint aber: „If you've never made a nomograph, chances are one of your industrial engineers can do it for you.“

⁶⁰⁾ Galloway, Robert, op. cit., S. 145

4. Rechenschieber und „Mechanical Computer“

Die höchste Entwicklung der graphischen Bestimmungsmethoden ist in der Konstruktion spezieller Losgrößen-Rechenschieber und eines „Mechanical Computer“ mit drehbaren Skalen zu erblicken. Hier wird die darzustellende Funktion in der Form der Losgrößenformel auf gegeneinander verschiebbare logarithmisch-geteilte Skalen projiziert, die zur Einstellung der jeweils gewollten Kombination der einzelnen Größen beliebig gegeneinander verschoben werden können. Wie ein solcher Rechenschieber im einzelnen aussieht und wie er angefertigt werden kann, ist bei Schütz⁶¹⁾ und Slechta⁶²⁾ beschrieben worden. Im Rahmen dieser Arbeit wird darauf verzichtet. Der „Mechanical Computer“, der im Prinzip nichts anderes als ein Rechenschieber mit runden, gegeneinander drehbaren Skalen darstellt, ist bei Creek⁶³⁾ abgebildet.

⁶¹⁾ Schütz, Werner von: Kurventafel, Fluchtlinientafel und Rechenschieber zur Ermittlung der günstigsten Losziffer; Werkstattstechnik, 1932, S. 313—315

⁶²⁾ Slechta, Emanuel: Wirtschaftliche Größe serienmäßiger Erzeugung, herausgegeben vom Internationalen Rationalisierungsinstitut, Genf 1932; 1932: Generalsekretär des Tschechoslowakischen Nationalkomitees für wissenschaftliche Organisation

⁶³⁾ Creek, N. N.: op. cit., S. 61

Formelanhang

Inhaltsverzeichnis des Formelanhangs

	Seite
I. Zusammenstellung der vom Verfasser in dieser Arbeit verwendeten Symbole	78
II. Zusammenstellung einiger im Schrifttum dargestellter Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße	79
1. Formeln, die der traditionellen Grundgleichung (Gleichung (9)) entsprechen	80
mit den Formeln von	
a) Camp	
(b) Andler und Meyer	
(c) Weigmann und Formel der Westinghouse Electric and Manufacturing Co.	
(d) approximate and exact form of existing formulas (nach Raymond)	
(e) Davis	
2. Formeln, die denjenigen Gleichungen entsprechen, die zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion aufgestellt worden sind (Gleichungen 42a)	83
mit den Formeln von	
(a) Christmann	
(b) Dürr	
(c) Slechta	
(d) Narath (Pennington)	

I. Zusammenstellung der vom Verfasser in dieser Arbeit verwendeten Symbole

Die vom Verfasser in dieser Arbeit verwendeten Symbole haben im einzelnen folgende Bedeutung:

- b = Lagerbestand (in Stück)
- E = Auflagekosten (Einrichtekosten je Serie, d. h. die Kosten, die in ihrer Höhe unabhängig von der Größe des Loses sind)
- F = Fläche
- k = Herstellkosten je Stück (ohne Zinskosten)
- K = Gesamtherstellkosten (für die Menge m, ohne Zinskosten)
- L = Lagerkosten
- m = Produktmenge (in Stück), die innerhalb der Planperiode zu fertigen und abzusetzen ist
- n = Anzahl der Hergestellten Produktarten
- O = Ausgaben
- O_p = Ausgaben für Produktion (für die Erstellung der Produkte)
- O_s = sonstige Ausgaben (nicht für die Erstellung der Produkte)
- p = Zinssatz in % (muß sich stets auf die Planperiode beziehen, d. h. auf die gleiche Zeitspanne, auf die sich auch m bezieht)
- P = Verkaufspreis je Stück (abzüglich Verkaufskosten und etwaiger Rabatte und Skonti)
- q = Anzahl der Lagerräumeinheiten (qm oder cbm), die eine Produkteinheit (Stück) bei ihrer Lagerung in Fertigwarenlager raummäßig in Anspruch nimmt
- r = Kostenpreis je Lagerräumeinheit und Planperiode (gemessen z. B. in DM/qm/Jahr)
- R = Einnahmen
- R_p = Einnahmen aus Produktion (aus dem Verkauf der hergestellten Produkte)
- R_s = sonstige Einnahmen (nicht aus dem Verkauf der hergestellten Produkte)
- s = Proportionale Stückkosten (Kosten, die mit der Größe des Loses in einem festen Verhältnis variieren)

- t = Zeit
 t_a = Absatzzeit (Zeitspanne, innerhalb derer ein Los abgesetzt wird)
 t_p = Produktionsdauer (Zeitspanne, innerhalb derer ein Los gefertigt werden kann)
 t_r = Kapitalrücklaufzeit (Zeitspanne, innerhalb derer das in einem Los gebundene Kapital wieder freigesetzt wird)
 u = das im Zeitablauf gebundene Kapital
 u_c = das in den Reserve-Beständen gebundene Kapital
 u_d = das disponible Kapital
 v_p = Produktionsgeschwindigkeit, d. h. das Vermögen eines Betriebes, eine bestimmte Produktmenge innerhalb eines bestimmten Zeitabschnittes herzustellen, gemessen in Stück je Zeiteinheit
 v_a = Absatzgeschwindigkeit gemessen in Stück je Zeiteinheit. Die Zeiteinheit muß bei Produktions- und Absatzgeschwindigkeit die gleiche sein
 x = optimale Losgröße (in Stück)
 y = Zahl der innerhalb der Planperiode aufzulegenden Lose

II. Zusammenstellung einiger im Schrifttum dargestellter Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße

In der Vergangenheit ist eine Anzahl von Formeln zur Bestimmung der optimalen Losgröße entwickelt worden. Die verschiedenen Autoren bedienten sich dabei unterschiedlicher Symbole und unterschiedlicher Schreibweisen. Der nicht mit der Materie Vertraute könnte daher geneigt sein, zu meinen, daß die einzelnen solcherart dargestellten Formeln einen voneinander völlig abweichenden Inhalt haben. Zu beweisen, daß dem nicht so ist, dient die folgende Zusammenstellung einiger dieser Formeln. Der Beweis wird so geführt werden, daß für jede Formel eine Übersetzung in die in dieser Arbeit verwendeten Symbole gegeben wird. Bei der vom Verfasser vor der Niederschrift der Arbeit durchgeführten Übersetzung zeigte es sich dabei, daß sich die Formeln in zwei Formelgruppen aufteilen ließen, nämlich in:

1. Formeln, die der traditionellen Grundgleichung entsprechen (Gleichung (9))

2. Formeln, die denjenigen Gleichungen entsprechen, die zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion (Gleichungen (42a)) entwickelt worden sind.

Die folgende Darstellung folgt dieser Gruppierung. Zu bemerken ist, daß die bei der Darstellung der Formeln hinter dem Namen des Autors stehende(n) Zahl(en) auf die jeweilige Quelle im durchnummerierten Literaturverzeichnis verweist. Stand die Originalquelle dem Verfasser dabei nicht zur Verfügung, so verweist die erste Zahl in der Klammer stets auf das Werk, das der Verfasser als Quelle benutzt hat.

1. Formeln, die der traditionellen Grundgleichung (Gleichung (9)) entsprechen

Die Bedingungen, unter denen die traditionelle Grundgleichung (Gleichung (9)) steht, sind in dem ersten Hauptteil (Abschnitt „Darstellung der traditionellen Theorie“) eingehend erläutert worden. Sie werden von Hannon¹⁾ in sehr treffender Weise wie folgt zusammengefaßt: „It (the economic lot formula, d. Verf.) is based on the assumption that all the items in a given lot are processed in a relatively short period, move into inventory at one time, and are then consumed at a constant rate“. Die Bedingung allerdings, daß der Verkaufspreis gleich den je Stück aufgewendeten Kosten sein muß, erwähnt Hannon nicht. Es mag jedoch sein, daß Hannon bei seiner Formulierung nur einen innerbetrieblichen Zulieferungsauftrag (Detailserie) im Auge gehabt hat.

Zu den Formeln, die unter diesen Bedingungen stehen und die im folgenden dargestellt werden, gehören die Formeln von Camp, Andler, Meyer, Weigmann und Davis sowie die Formel, die von der Westinghouse Electric and Manufacturing Co. entwickelt worden ist. Ebenso hier miteinzubegreifen sind die von Raymond als „approximate and exact form of existing formulas“ angeführten Formeln.

a) Camp (2, 28)

$$Q = \sqrt{\frac{s \cdot R \cdot 200}{J}} = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}}$$

¹⁾ Hannon, W. W., (40), 1956, p. 8—182

Diese Formel entspricht, da

$$\begin{aligned} S &= \text{set-up cost per order} &= E \\ I &= \text{interest rate} \cdot \text{cost per piece (c)} &= s \cdot p \\ R &= \text{rate of consumption per year} &= m \end{aligned}$$

vollkommen der in dieser Arbeit gegebenen Grundlösung.

b) Andler und Meyer

$$\text{Andler (14, 1)} \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}} \\ (\text{Näherungslösung})$$

$$\text{Meyer (15)} \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot J \cdot 200}{s \cdot p}}$$

Diese Formeln entsprechen vollständig der Grundlösung. Meyer verwendet lediglich an Stelle der Bezeichnung m den Buchstaben J .

c) Weigmann und Westinghouse

$$\text{Weigmann (14, 71)} \quad x = 49 \sqrt{\frac{E \cdot m}{s \cdot p}}$$

$$\text{Westinghouse (22, 72)} \quad Q = \sqrt{\frac{s \cdot R \cdot 400}{C}}$$

Diese Formeln zeigen zwar äußerlich nicht das gleiche Bild wie die Grundlösung, zeitigen aber unter Beachtung ihrer Eigentümlichkeiten das gleiche Ergebnis. Die Weigmann'sche Formel nämlich weicht insofern von der Grundlösung ab, als bei ihr die abzusetzende Produktmenge m eine Monatsmenge und der Zinssatz p ein Jahreszinssatz ist. Bezieht man beide Größen jedoch auf die gleiche Zeitspanne, so muß man $\frac{m}{12}$ an Stelle von m einsetzen oder alternativ $12 p$ an Stelle von p , d. h. man muß

den Nenner des unter dem Wurzelzeichen stehenden Bruches mit 12 erweitern. Es ergibt sich

$$\text{Weigmann} \quad x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 49^2}{s \cdot p \cdot 12}} = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200,08}{s \cdot p}}$$

Zu der Westinghouse-Formel ist zu bemerken, daß sie für einen Jahreszinssatz von 6% p. a. aufgestellt worden ist. Die abzusetzende Menge R bezieht sich jedoch auf den Monat. Stellt man auch hier beide Größen unter gleichzeitiger Ersetzung des starren Zinssatzes von 6% p. a. durch den allgemeinen Zinssatz p auf die gleiche Zeitspanne um, so ist

$$\text{Westinghouse} \quad Q = \sqrt{\frac{s \cdot R \cdot 400}{C} \cdot \frac{6}{12 p}} = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p}}$$

Auch die Westinghouse-Formel gleicht somit vollkommen der Grundlösung. Wegen der Bedeutung der in der Westinghouse-Formel verwendeten Symbole sei auf die Symbolerläuterungen unter a) verwiesen.

d) approximate and exact form of existing formulas (nach Raymond (58))

$$\text{approximate form} \quad Q = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot Y_y}{C' \cdot i_s}}$$

$$\text{exact form} \quad Q = -\frac{F}{C'} + \sqrt{\left(\frac{F}{C'}\right)^2 + \frac{2 \cdot F \cdot Y_y}{C' \cdot i_s}}$$

In den von Raymond wiedergegebenen Formeln ist lediglich zu sagen, daß sie unter Beachtung dessen, daß

F	= preparation costs (Dollars)	= E
y_y	= demand (pieces per year)	= m
c'	= direct cost, including labor, material and overhead (Dollars per Piece)	= s
i_s	= investment rate charge (per cent)	= $\frac{p}{100}$

ist, vollständig mit der Grundlösung (Gleichung (9)) sowie der sog. „exacten“ Losgrößenformel (Gleichung (12)) übereinstimmen.

e) **Davis** (2, 33, 34)

$$Q = \sqrt{\frac{G \cdot S \cdot 2}{C \cdot J + 2BE}}$$

Davis bezieht die Lagerkosten in einer mehr ihrer Eigenart entsprechenden Weise in die Lösung des Problems mit ein. Die von ihm verwendeten Symbole bedeuten:

G	= set-up cost per order in Dollars	= E
S	= rate of consumption per year in pieces	= m
C	= cost per piece in Dollars	= s
I	= interest on investment	= $\frac{p}{100}$
B	= Lagerfläche in sq. ft. je Stück	= q
E	= Kostenpreis je sq. ft. (in Dollars per year/per piece)	= r

Unter Einsetzen der entsprechenden in dieser Arbeit verwendeten Zeichen in die Gleichung von Davis ergibt sich, ohne daß das hier ausgeführt wird, Übereinstimmung mit der Gleichung (15).

2. Formeln, die denjenigen Gleichungen entsprechen, die zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion aufgestellt worden sind (Gleichungen (42a))

Zu den Formeln, die zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion aufgestellt worden sind, gehören die Formeln von Christman, Dürr, Narath (Pennington) Slechta und die beiden von Verfasser in einer früheren Arbeit entwickelten Formeln. Die besonderen Bedingungen, unter denen allein nur diese Formeln gültig sind, sind bei der Entwicklung der Gleichung (42a) eingehend besprochen worden. Es folgt nun die Einzeldarstellung der Formeln.

a) Christman (22, 29)

$$Q_x = \sqrt{\frac{S \cdot R \cdot 560 \cdot D}{C \cdot Z (D-R)}}$$

Da

S =	set-up cost per order	=	E
R =	rate of consumption (sales) per day	=	v _a
D =	rate of production per day	=	v _p
C =	cost per piece	=	s
Z =	inventory carrying charge per day	=	p
100			

ist, darf man unter Verwendung der rechts stehenden Symbole schreiben:

$$Q_x = \sqrt{\frac{E \cdot v_a \cdot 56\,000 \cdot v_p}{s \cdot p (v_p - v_a)}}$$

$$Q_x = \sqrt{\frac{E \cdot v_a \cdot 56\,000}{s \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p}}}$$

Die Größen v_a, v_p und p sind von Christman auf den Tag bezogen worden. Er rechnet dabei bei der Bestimmung der Formel mit 280 Arbeitstagen. Die Jahresabsatzmenge m ist also gleich 280 · v_a. Bezieht man nun gleichzeitig den Zinssatz p auf das Jahr, so kann man unter Verwendung des Ausdruckes m an Stelle von 280 v_a schreiben.

$$Q_x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$$

Dieser Wurzel Ausdruck stimmt mit der in dieser Arbeit entwickelten Gleichung (42a) überein.

b) Dürr (6)

Dürr gibt unter Beachtung der Tatsache, daß bei einer endlichen Produktionsgeschwindigkeit zwischen offener und

geschlossener Erstellungsart, oder, wie der Verfasser es in dieser und in einer früheren Arbeit genannt hat, zwischen kontinuierlichem und zeitpunktgebaltem Ausstoß der fertigen Produkte zu unterscheiden ist, für den jeweiligen Sachverhalt je eine Formel:

D ü r r

(offene Erstellungsart)

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot k \cdot 2}{P}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k - m}}$$

D ü r r

(geschlossene Erstellungsart)

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot k \cdot 2}{P}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k + m}}$$

Dür bezeichnet dabei den ersten Wurzelausdruck der beiden Formeln als die Auflagengrundzahl, während der zweite Wurzelausdruck den jeweiligen Korrekturfaktor bei offener bzw. geschlossener Erstellungsweise darstellt. Es ist:

E = Einrichtekosten

= E

k = Tageskapazität

= v_p

P = Lagerkosten

= $s \cdot \frac{P}{100}$

m = abzuliefernde Periodenmenge

= v_a bzw. m

Vertauscht man nun in beiden Formeln im Zähler die Symbole k und m miteinander und übersetzt man gleichzeitig die beiden Formeln unter Verwendung der einheitlichen Symbole, dann ist:

D ü r r (offene Erstellungsart)

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 2}{P}} \cdot \sqrt{\frac{k}{k - m}} = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$$

D ü r r (geschlossene Erstellungsart)

$$x = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 2}{P}} \cdot \sqrt{\frac{k}{k + m}} = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$$

Damit zeigen auch die von Dürr entwickelten Formeln das gleiche Bild wie die vom Verfasser entwickelten Gleichungen (42a).

(c) Slechta (22)

In einer vom Internationalen Rationalisierungs-Institut in Genf herausgegebenen Arbeit hat Slechta nachstehende Formel entwickelt:

$$\text{Slechta} \quad Q_e = \sqrt{\frac{s \cdot R_y \cdot 2 \cdot D_y}{C \cdot Z (D_y - R_y)}}$$

Dabei ist

S	=	Einstellungskosten	=	E
R	=	jährlicher Verbrauch in Stücken	=	m bzw. v_a
Dy	=	jährliche Erzeugungskapazität in Stücken	=	v_p
C	=	Herstellkosten je Stück	=	s
Z	=	Einlagerungskosten in %	=	$\frac{p}{100}$

Unter Verwendung der rechts stehenden Symbole ist somit:

$$Q_e = \sqrt{\frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$$

Es besteht also Übereinstimmung mit der in dieser Arbeit entwickelten Formel zur Bestimmung der optimalen Losgröße bei Zeit in Anspruch nehmender Produktion und kontinuierlichem Produktausstoß.

(d) **Narath-Pennington** (55, 56)

Eine Art Sonderstellung nimmt die von Narath (55) in Anlehnung an Pennington (56) dargestellte Formel ein:

$$Q_e = -\frac{E}{D} + \sqrt{\frac{E^2}{D^2} + \frac{E \cdot U}{c \cdot D} \left(\frac{NP}{NP - U} \right)}$$

Es bedeuten:

E	=	Vorbereitungskosten für eine Serie	= E
D	=	direkte Kosten bezogen auf ein Stück	= s
U	=	normaler Umsatz in Stück je Jahr	= m bzw. v_a
P	=	Produktionsgeschwindigkeit in Stück je Tag	= v_p
N	=	Anzahl der Arbeitstage im Jahr	= N
c	=	Kostante für Zinsen und Lagerkosten	= $\frac{1}{2} \cdot \frac{p}{100}$

Narath bzw. Pennington beziehen die Zahl der im Jahr wahrscheinlich anfallenden Arbeitstage (Produktionstage) mit in die Lösung ein. Sie erfüllen damit die Forderung, daß Produktions- und Absatzgeschwindigkeit, sollen sie miteinander vergleichbar sein, sich stets auf den gleichen Zeitraum beziehen müssen. Da in dem Ausdruck

$$\frac{NP}{NP - U}$$

U den Jahresumsatz darstellt, P aber die mögliche Tagesproduktion darstellt, mußten sie P, um es mit U vergleichbar zu machen, mit der Anzahl N der im Jahr voraussichtlich anfallenden Arbeitstage (Produktionstage) multiplizieren. Bezieht man nun U auf den Tag, so wird unter Außerachtlassung der Anzahl der Arbeitstage und unter Verwendung der einheitlichen Symbole der Ausdruck

$$\frac{NP}{NP - U} = \frac{v_p}{v_p - v_a} = \frac{1}{1 - \frac{v_a}{v_p}}$$

und die von Narath-Pennington entwickelte Gleichung darf man mit Hilfe der Einheitssymbole schreiben:

$$Q_e = -\frac{E}{s} \sqrt{\frac{E^2}{s^2} + \frac{E \cdot m \cdot 200}{s \cdot p \left(1 - \frac{v_a}{v_p}\right)}}$$

Es zeigt sich, daß diese Formel der sog. „exakten“ Losgrößenformel, bei der die Zinskosten als Bruchteil der Stückkosten aufgefaßt worden sind, mit der Abweichung entspricht, daß das Geschwindigkeitsverhältnis von Produktions- und Absatzgeschwindigkeit in der Weise mit in die Betrachtung einbezogen worden ist, daß beide Geschwindigkeiten monoton und endlich, die Produktionsgeschwindigkeit aber größer als die Absatzgeschwindigkeit ist.

Literaturverzeichnis

I. Bücher

- (1) Andler, Kurt, Rationalisierung der Fabrikation und optimale Losgröße, München 1929 (Oldenbourg Verlag)
- (2) Alford, L. P. and Bangs, John R., Production Handbook, New York 1951 (The Ronald Press Company)
- (3) Athen, Hermann, Nomographie, Heft 6 der Schriftenreihe zur Mathematik, Frankfurt Main 1956 (Otto Salle Verlag)
- (4) Boulding, Kenneth E., Economic Analysis, rev. ed., New York 1948
- (5) Burnham, T. H. and Bramley, D. H. Engineering Economics (Book 2) 6th ed., London 1950 (Pitman)
- (6) Dürr, Karl, Die Bemessung der Auflage in der Serienfabrikation, Bern 1952 (Arethusa Verlag)
- (7) Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band I: Die Produktion, Berlin 1951 (Springer Verlag)
- (8) Hennig, Karl Wilhelm, Betriebswirtschaftslehre der industriellen Fertigung, Braunschweig 1946 (Vieweg Verlag)
- (9) Henzel, Fritz, Lagerwirtschaft, Essen 1950 (Girardet Verlag)
- (10) Johns, Rudolf, Kameralistik, Wiesbaden 1951 (Gabler Verlag)
- (11) Knecht, Volker Terminwesen und Lagerhaltung in der Massenfertigung, Berlin 1951 (Springer Verlag)
- (12) Margonisky, Bruno, Optimale Losgröße, Dissertation, Berlin 1929
- (13) ders., Wirtschaftliche Lagerhaltung, München-Berlin 1933 (Oldenbourg Verlag)
- (14) Mellerowicz, Konrad, Kosten und Kostenrechnung, Bd. 1, Theorie der Kosten, Berlin 1951 (de Gruyter Verlag)
- (15) Meyer, Gerhard, Die Auftragsgröße in Produktions- und Absatzwirtschaft, Leipzig 1941 (Meiner Verlag)
- (16) Neuwahl, H., Richtige Selbstkostenermittlung bei Aufträgen verschiedener Stückzahl unter besonderer Berücksichtigung der Einrichtekosten, Berlin 1933 (Springer Verlag)
- (17) Rummel, Kurt, Einheitliche Kostenrechnung, Düsseldorf 1949 (Stahleisen Verlag)
- (18) Ryall, R. J. H., Dictionary of Costing, 3rd. ed., London 1952
- (19) Schmidt, Helmut, Die wirtschaftliche Mengenteilung des nationalen Bedarfs eines Erzeugnisses, Berlin 1942, (Springer Verlag)

- (20) Schneider, Erich, Wirtschaftlichkeitsrechnung, Tübingen 1951 (Mohr Verlag)
- (21) Schütz, Werner, Organische Betriebsgestaltung, Essen 1953 (Girardet Verlag)
- (22) Slechta, Emanuel, Wirtschaftliche Größe serienmäßiger Erzeugung (Internationales Rationalisierungsinstitut) Genf 1932
- (23) Whitin, Thomson M., The Theory of Inventory Management, Princeton 1953 (University Press)
- (24) Younger, John and Geschelin, Joseph, Work Routing, Scheduling and Dispatching in Production, New York 1953, (The Ronald Press Company)
- (25) Zeidler, Fritz, Der Kosteningenieur, Berlin 1929, (VDI-Verlag)

II. Aufsätze

- (26) Alexander-Katz, Alfred, Ermittlung von wirtschaftlichen Losgrößen bei Reihenfertigung; Maschinenbau 1931, H. 2
- (27) Baer, Hans, Optimale Losgröße, Bibliographie 1920—1954; Industrielle Organisation 1954, S. 333 (46 Titel)
- (28) Camp, W. E., Determining the Production Order Quantity; Management Engineering, Januar 1922
- (29) Christman, J. M., The most Economical Number of Parts to Make at one Set-up; Machinery, November 1925
- (30) Cooper, Benjamin, How to Determine Economical Manufacturing Quantities; Industrial Management, Vol. 72, no. 4, 1926, pp. 228—233
- (31) Creek, N. N., Planning Production Runs for Maximum Profit; Manufacturing and Management (Melbourne), 1952, p. 58—63 Abstract in: Management Abstracts 6, (1953), p. 10
- (32) Dahinden, Walter, Lagerbewirtschaftung (dargestellt am Beispiel einer Fabrik für elektrische Apparate); Industrielle Organisation 1954, S. 321—332
- (33) Davis, Ralph C., Methods of Finding Minimum-Cost Quantity in Manufacturing; Manufacturing Industries, Vol. 9, no. 4, 1925, pp. 353—356
- (34) ders., Method of Finding Minimum-Cost Quantity in Manufacturing; Manufacturing Industries, Vol. 12, no. 2, 1926, pp. 129—131
- (35) Dobbeler, C. v., Berechnung der wirtschaftlichsten Fertigungseinheit bei der Aufstellung eines Fertigungsplanes; Betrieb 1920, S. 213—215
- (36) Eggemann, W., Praktisches Beispiel einer Vergleichsrechnung: Vergleich zwischen Einrichtungskosten und Lagerzinsen; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1932, S. 376—379
- (37) ders., Probleme einer Kapitalbedarfsrechnung; Wirtschaftsprüfung 1948, H. 8

- (38) Frenckner, Paulsson T., Betriebswirtschaftslehre und Verfahrensforschung; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1957, S. 65—102
- (39) Galloway, Robert, Faster Way to Figure Economic Lot Sizes; Factory Management Maintenance 1953, S. 145
- (40) Günther, G., Berechnung der optimalen Losgröße; Der Betrieb 1954, S. 765—768
- (41) Hannon, W. W., How One Company Determines Economic Lot Sizes; Factory Management Maintenance 1948, S. 71—73
- (42) ders., Economic -Lot-Size Determination; in Maynard, H. B., Industrial Engineering Handbook, New York 1956 (Mc Graw Hill)
- (43) Harrison, Norman T., Ready Determination of Economic Lot Size in Small and Large Companies; N.A.C.A. (National Association of Cost Accountants) Bulletin, 1949, p. 729—735
- (44) Holzer, R. von, Die wissenschaftliche Bestimmung der Größe der Werkstattaufträge; Organisation — Buchhaltung — Betrieb 1927, Heft 31
- (45) Kronenberger, Ph., Die kapitalbezogene Optimumrechnung als Formelement der rein ökonomischen Kalkulation; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1950, S. 440—459
- (46) Kroner, H., Wirtschaftliche Losgröße und Fabrikationszeit; Werkstattstechnik 1931, S. 99—101
- (47) Kühn, U., die Bestimmung der optimalen Losgröße; Neue Betriebswirtschaft 1953, S. 106
- (48) Kunz, Beat, Die Abhängigkeit der Kosten von der Auflagegröße; Unternehmung 1948, S. 149—157
- (49) Langner, Siegfried, Economic Lot Sizes; Factory Management Maintenance 1953, p. 123
- (50) Lelong, Jean, Determination de l'importance a donner aux lots de fabrication; CNOF Com. nat. Organ. franc. 1937 p. 103—106
- (51) Liwischütz, G., Zur Errechnung der wirtschaftlichen Mindestmenge; Werkstattstechnik 1930, S. 273—276
- (52) Lombard, Roger, Une méthode graphique d'approvisionnement; Travail et Méthodes 1954, p. 23—31
- (53) Lücke, Wolfgang, Die optimale Auflegungszahl; Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1957, S. 344—360
- (54) Mellen, George F., Practical Lot Quantity Formula; Management and Administration, Vol. 10, no. 3, 1925, p. 155
- (55) Narath, H., Die Ermittlung des wirtschaftlich günstigsten Lagerbestandes, des günstigsten Zeitpunkts der Nachbestellung und der Größe des Reserve-Lagerbestandes; Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1927, S. 473—476
- (56) Norton, Paul T. Jr., Economic Lot Sizes in Manufacturing; Mechanical Engineering 1933, pp. 608—610

- (57) Pennington, Gordon, Simple Formulas for Inventory Control; Manufacturing Industries, Vol. 13, no. 3, 1927, pp. 199—203
- (58) Raymond, Fairfield E., Economic Production Quantities; Transactions of the American Society of Mechanical Engineers (Trans. ASME), MAN — 50 — 10, 1927, pp. 65—80
- (59) Raymond, Fairfield E., Economic Lot Sizes; Factory and Industrial Management 1930, p. 39, 288, 519, 735, 955, 1168
- (60) Rossow, E., Gestehungskosten, Maschinenauswahl und wirtschaftliche Losgröße; Werstatt und Betrieb 1955, S. 77
- (61) Schäfer, E., Losgröße und Kostengestaltung; Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1931, S. 823—832
- (62) Schlüter, Hartmann, Zum Problem der optimalen Losgröße; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1954, S. 188—203
- (63) ders., Feststellung wirtschaftlicher Losgrößen, Auftragsarbeit für den RKW-Informationsdienst 1956
- (64) Schmitt, Arnold, Vergleich von Selbsterstellung und Fremdbezug; Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 1951, S. 550—557
- (65) Schulz-Mehrin, Kosten bei Einzel-, Reihen- und Fließfertigung; Maschinenbau 1927, S. 813—818
- (66) Schütz, Werner v., Kurventafel, Fluchtlinientafel und Rechenschieber zur Ermittlung der günstigsten Losziffer; Werkstatttechnik, 1932, S. 313—315
- (67) Stafford, J. A., Batch Quantities, Profits and Investment; The Institution of Production Engineers Journal 1954, pp. 282—286
- (68) Stefanic-Allmayer, Die günstigste Bestellmenge beim Einkauf; Sparwirtschaft 1927, Heft 10
- (69) Straub, C., Zur Frage der optimalen Losgröße bei Serienfabrikation; Schweizerische Zeitschrift für Betriebsführung, 1945, S. 512—518
- (70) Walg, Lorenz, Die Lagerdisposition in Betrieben mit Kleinserienfertigung; Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 1951, S. 657—667
- (71) Weigmann, Walter, Bestimmung der optimalen Losgröße; Technik und Wirtschaft 1936, S. 45—47
- (72) Westinghouse, Formel der Firma Westinghouse Electric and Manufacturing Co., ohne Verfasser zitiert bei Slechta, Management and Administration, New York, Juni 1925
- (73) Woeste, D., De wirtschaftliche Losgröße bei Lagerfertigung; Werkstatt und Betrieb, 1955, S. 775
- (74) Wolter, Alfons, M., Das Problem der Wirtschaftlichkeit bei der industriellen Sortenproduktion; Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung 1937, S. 331—356; S. 374—402; S. 426—442

L e b e n s l a u f

Der Verfasser wurde am 21. Januar 1925 zu Amsterdam/Holland geboren. Seine Schulzeit fand, nachdem er während des Krieges zwei Jahre Soldat war, mit der Erteilung des Reifevermerkes durch die Staatliche Oberschule für Jungen zu Rinteln an der Weser ihren Abschluß. Im Jahre 1951 nahm er das Studium der Betriebswirtschaftslehre an der Johann Wolfgang Goethe-Universität zu Frankfurt am Main auf. Seine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren Dr. Helmut Koch, Dr. Karl Hax, Dr. Karl Hagenmüller und Dr. Fritz Neumark. Die Verleihung des Grades Diplom-Kaufmann erfolgte am 25. Mai 1954.

